



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .
- (2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- (3) بين أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.
- (4) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- (1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = n^2 - 1$
 - المتتالية (u_n) : أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة
- (2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$

عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:

 - أ) $v_n = 3 \times 2^n$ ب) $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2 \times 3^n$

المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي :

 - أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$
- (3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللبس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.
احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:
 - أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$



احتمال الحصول على كرتة تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(أ) $\frac{9}{10}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{1}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

(2) أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

(4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) أ) تحقّق من أنّ النقطة O (مبدأ المعلم) والنقطة A ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(6) حلّ في $\mathbb{R}$ بيانيا المتراجحة: $f(x) > 0$.

(7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$ ، ثم حلّ المعادلة $f(x) = -4$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
 - (2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .
 - (3) نضع $b = 489$.
 - (أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.
 - (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .
 - (ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- (1) بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0 .
 - (2) بيّن أنّ $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - (3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - (4) احسب 4^4 ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .
 - (5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.

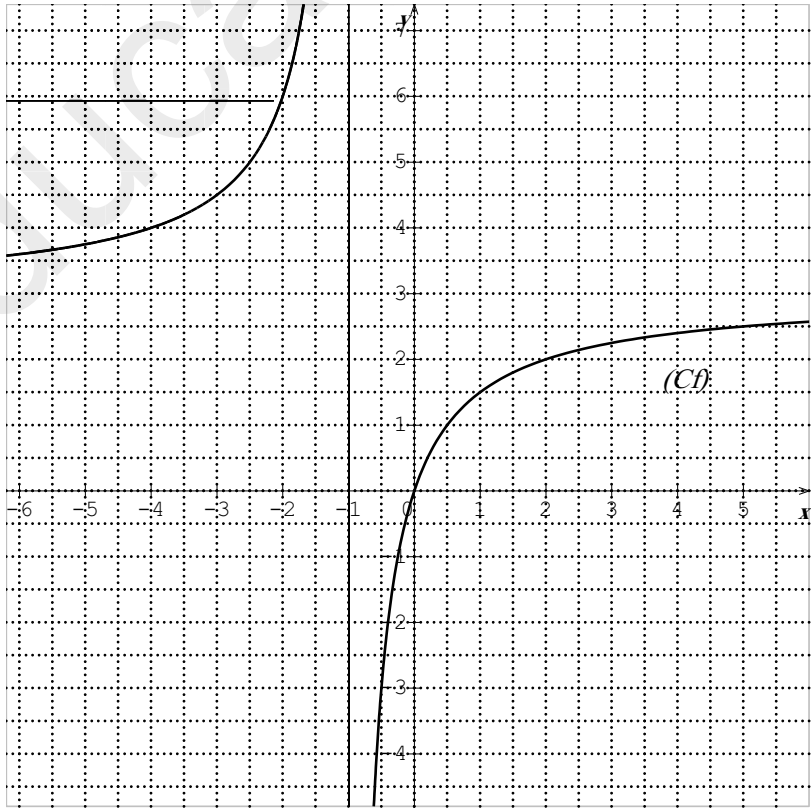
II. نضع $a = 3$.(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ (2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$.ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.(4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x + b$.عين العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2$ (5) ارسم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
01	4×0.25	التمرين الأول: (04 نقاط) 1. بواقي قسمة 2^n على 5
0.5	0.5	2. العدد الطبيعي $a = 504$
01.50	3×0.5	3. $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5 [5]$ ومنه $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5
01	2×0.25	4. أ. التحقق $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$
	0.5	ب. قيم العدد الطبيعي حيث $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$ هي $k \in \mathbb{N}$ $n = 4k + 1$.
01.5	0.75x2	التمرين الثاني: (07 نقاط): الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التبرير: 1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = n^2 - 1$ ، (u_n) المتتالية (u_n) متزايدة تماما
02.5	0.75x2	2. (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$ *عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي: ب- $3 \times 2^{n-1}$
	2x0.5	*المجموع $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي : أ) $3(2^n - 1)$
03	2x0.75	3. صندوق به 10 كرات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20 ، نسحب عشوائيا كرة واحدة *احتمال الحصول على كرة تحمل عددا مضاعف لـ 3 هو: ب- $\frac{3}{10}$
	2x0.75	*احتمال الحصول على كرة تحمل عددا فرديا ومضاعف لـ 3 هو: ج- $\frac{1}{10}$
01	0.5x2	التمرين الثالث: (09 نقاط). 1- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
3.25	0.75 01	أ. $f'(x) = 3x^2 - 6x$ دراسة الإشارة
	0.75 0.75	ب. اتجاه تغير الدالة جدول تغيراتها
0.5	0.5	3 - نقطة الانعطاف $w(1; -2)$

0.75	0.75	4- معادلة المماس $y = -3x + 1$
02	0.5×2 1	5 - أ) $f(3) = 0$, $f(0) = 0$ ب. الإنشاء
0.5	0.5	6- حلول المتراجحة : $]3; +\infty[$
01	0.5 0.5	$f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2 - 7$ حلول المعادلة هي -1 و 2

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	1	التمرين الأول: (06 نقاط) (1) $a = 4q + 2$ حيث $q = b + 1$ ومنه باقي قسمة a على 4 هو 2 .
0.5	0.5	(2) $a - b = 3k$ حيث $k = b + 2$ ومنه $a - b$ مضاعف للعدد 3 .
4.5	0.5×3 1 1 0.5 0.5	(3) أ) $a = 1962$ و $a + 1 \equiv 0[13]$ ومنه $a \equiv -1[13]$. ب) $a^{2018} \equiv 1[13]$ $40^{2968} \equiv 1[13]$ ومنه $a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]$ ج) $a^{2^n} + n + 3 \equiv 0[13]$ حيث $a^{2^n} \equiv 1[13]$ ومنه $n \equiv 9[13]$ و عليه $n = 13k' + 9$ حيث k' عدد طبيعي.
1.5	01 0.50	التمرين الثاني: (06 نقاط) (1) $u_1^2 = u_0 \times u_2 = 576$ ومنه $u_1 = 24$. $u_0 + u_1 = 30$ ومنه $u_0 = 6$.
2	0.5 1 0.5	(2) $u_1 = u_0 \times q$ و منه $q = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6 \times 4^n$.
0.5	0.5	(3) $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، نستنتج أن (u_n) متزايدة تماما .
1.5	0.5×3	(4) $4^4 = 256$ ، $u_n = 1536$ ومنه $n = 4$ إذن 1536 حد من حدود (u_n) رتبته 5 .
0.5	0.5	(5) $s_n = 8(4^n - 1)$
01	01	التمرين الثالث: (08 نقاط) أ. $a = 3$
01	01	ب. $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ (1)

	01	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ (2) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ب) $x = -1$ و $y = 3$ معادلتا مستقيمين مقاربين .												
02	01 0.5 0.5 02	$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ (3) ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $] -\infty ; -1[$ و $] -1 ; +\infty [$. جدول التغيرات : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
$f'(x)$	+		+											
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$											
	01	$b = 2f'(-2) + f(-2) = 12$ (4)												
01	01 01	(5) الرسم: 												

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى