



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث:  $a = 2019$  و  $b = 2969$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 7.

ب) استنتج أن العددين  $a$  و  $3b$  متوافقان بترديد 7.

(2) بيّن أن:  $9a + b \equiv 0[7]$

(3) تحقق أن:  $2a \equiv -1[7]$  ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد  $2^{2969} \times a^{2969}$  على 7.

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حيث:  $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$ .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ:  $u_n = \frac{2}{5}n - 1$

(1) بيّن أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية أساسها  $\frac{2}{5}$  يطلب حساب حدها الأول  $u_1$ .

(2) عيّن رتبة الحد الذي قيمته 575.

(3) احسب قيمة المجموع  $S$  حيث:  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1440}$ .

(4)  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي:  $v_n = 4^{5u_n+6}$ .

أ) بيّن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_1$ .

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  بـ:  $f(x) = a - \frac{1}{x+2}$  ، حيث  $a$  عدد حقيقي.



$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- عيّن قيمة  $a$  حتى يقطع المنحنى  $(C_f)$  حامل محور الترتيب في النقطة ذات الترتيبة  $\frac{1}{2}$ .

(II) نضع  $a=1$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، ثم  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

ب) فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

(2) أ) بيّن أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من المجالين  $]-2; -\infty[$  و  $+\infty; -2]$ .

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) عيّن إحداثي  $A$  نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بيّن أنها مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

(4) اكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $0$ .

(5) احسب  $f(-1)$  ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمماس  $(\Delta)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

(6) حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  $1 \leq \frac{1}{x+2}$ .

انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  العددان الطبيعيان حيث  $a = 2019$  ،  $b = 1441$

- (1) تحقق أن :  $a \equiv 13[17]$  .
- (2) بين أن :  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 17، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $b$  على 17.
- (3) بين أن  $a \times b \equiv -1[17]$  ثم استنتج أن  $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$  .
- (4) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $13^n$  على 17.
- (5) بين أن :  $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$  .
- (6) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق :  $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$  .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية الحسابية التي حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $r$  .

- (1) علما أن :  $u_0 + u_1 + u_2 = 6$  ، عين  $u_1$  .
- (2) علما أن :  $2u_0 - 3u_1 = -10$  ، عين الحد الأول  $u_0$ ، ثم استنتج قيمة  $r$  أساس المتتالية  $(u_n)$
- (3) اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
- (4) أ) عين قيمة  $n$  حتى يكون  $u_n = 2018$  .  
ب) أحسب الحد الخامس عشر للمتتالية  $(u_n)$  .
- (5) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .
- (6) عين العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون :  $S_n = 96$  .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  .
- (2) أ) أحسب  $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها على  $\mathbb{R}$ . ( $f'$  ترمز إلى الدالة المشتقة الأولى للدالة  $f$ )  
ب) احسب  $f(0)$  و  $f(-1)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .



(3) أ) تحقق أنه: من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$  .

ب) عيّن نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

(4) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  فاصلتها  $\left(-\frac{1}{2}\right)$  ثم أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس

المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  .

(5) أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

(6) حل بيانيا المتراجحة :  $f(x) \geq 0$  .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (06 نقاط)		
02.5	2×0.75	(1) أ- تعيين باقي قسمة $a$ و $b$ على 7: $b \equiv 1[7]$ ، $a \equiv 3[7]$ ب- $a - 3b \equiv 0[7]$ ومنه: $a \equiv 3b[7]$
	2×0.5	
01	+0.5 0.5	(2) تبيان أن $9a + b \equiv 0[7]$
1.5	0.5 1	(3) - التحقق أن $2a \equiv -1[7]$ استنتاج باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7. الباقي هو 6.
01	+0.25 0.5	(4) تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $b^n + a.n + 2 \equiv 0[7]$ $3n + 3 \equiv 0[7]$ ومنه: $n \equiv -1[7]$ وبالتالي: $\begin{cases} n = 7k + 6 ; k \in \mathbb{N} \\ \text{و} \\ n = 7k - 1 ; k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$
	0.25	
التمرين الثاني: ( 06 نقاط)		
03	1+1	(1) تبيان أن المتتالية $(u_n)$ حسابية أساسها $r = \frac{2}{5}$ ( تقبل أي طريقة صحيحة) حدها الأول: $u_1 = \frac{-3}{5}$
	+0.5 0.5	
1.25	2×0.5	(2) تعيين رتبة الحد الذي قيمته 575. $\frac{2}{5}n - 1 = 575$ ومنه: $n = 1440$ وبالتالي الرتبة هي 1440
	0.25	
0.5	×0.25 2	(3) حساب المجموع $S$ : $S = \frac{1440}{2}(u_1 + u_{1440})$ ، $S = 413568$
01.25	0.25 2×0.25	(4) أ- $v_n = 4^{5u_n+6}$ $(v_n)$ هندسية الاساس 16 والحد الأول 64 ب- حساب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{64}{15}(16^n - 1)$
	×0.25 2	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
0.5	2×0.25	أ. $f(0)=\frac{1}{2}$ ومنه: $a=1$
02.5	0.5×4	II. (1) أ- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=1$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=1$
	2×0.25	ب- للمنحنى م.م. مواز لـ $(xx')$ معادلته $x=-2$ و م.م. مواز لـ $(yy')$ معادلته $y=1$
1.5	2×0.5	(2) أ- $f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}$ ، $f'(x)>0$
	0.5	ب- جدول التغيرات.
0.5	0.25	(3) إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين: $A(-2;1)$
	0.25	- تبيان أن $A$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$ .
0.5	0.5	(4) معادلة المماس: $y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ : $(\Delta)$
02	0.5	(5) $f(-1)=0$
	2×0.5	- رسم المقاربين والمماس $(T)$
	0.5	- رسم المنحنى $(C_f)$
0.5	0.5	(6) $1\leq\frac{1}{x+2}$ معناه $f(x)\leq 0$ ، $S=]-2;-1]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول : (06 نقاط )		
01	01	(1) التحقق أنّ : $a \equiv 13[17]$
01.5	01 0.5	(2) بيان أنّ : $a$ و $b$ متوافقان بترديد 17 $b \equiv 13[17]$
01.5	0.75 0.75	(3) $a \times b \equiv 169[17]$ و $a \times b \equiv -1[17]$ ومنه $169 \equiv 16[17]$ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$ ومنه $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$
01	0.5×2	(4) دور بواقي القسمة هو 4 والبواقي هي : 1 ; 13 ; 16 و 4
0.5	0.25 0.25	(5) $13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$ ومنه $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$
0.5	0.25 0.25	(6) $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ يكافئ $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$ ومنه $n = 17k / k \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني : (06 نقاط )		
01	01	(1) $u_1 = 2$
02	2×1	(2) $r = 4$ ، $u_0 = -2$
01	01	(3) $u_n = 4n - 2$
01	2×0.5	(4) (أ) $n = 505$ (ب) $u_{14} = 54$
0.5	0.5	(5) $S_n = 2n^2 - 2$
0.5	0.5	(6) $2n^2 - 2 = 96$ يعني $n^2 - 49 = 0$ يعني $n = 7$
التمرين الثالث : (08 نقاط )		
2	1×2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
03.5	01.5 0.5 3x0.5	(2) (أ) $f'(x) = 6x^2 + 6x$ إشارة $f'(x)$ (ب) حساب القيمتين وتشكيل جدول التغيرات
01	2×0.5	(3) (أ) التحقق (ب) تعيين نقطة التقاطع مع حامل محور الفواصل
0.5	×0.25 2	(4) - نقطة الإنعطاف - معادلة المماس
0.75	×0.25 3	(5) انشاء المماس والمنحنى $(C_f)$
0.25	0.25	(6) حل المتراجحة