



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2019$ و $b = 2969$

(1) أ) عين باقي القسمة الأقلية لكل من العددين a و b على 7.

ب) استنتج أن العددين a و $3b$ متافقان بتردد 7.

(2) بين أن: $9a + b \equiv 0 [7]$

(3) تحقق أن: $2a \equiv -1 [7]$ ثم استنتج باقي القسمة الأقلية للعدد $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7.

(4) عين قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n + an + 2 \equiv 0 [7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) ممتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* بـ: $u_n = \frac{2}{5}n - 1$

(1) بين أن الممتالية (u_n) حسابية أساسها $\frac{2}{5}$ يطلب حساب حدتها الأولى u_1 .

(2) عين رتبة الحد الذي قيمته 575.

(3) احسب قيمة المجموع S حيث: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1440}$

(4) (v_n) الممتالية المعرفة على \mathbb{N}^* كما يلي :

أ) بين أن الممتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى v_1 .

ب) احسب بدالة n المجموع :

التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = a - \frac{1}{x+2}$ ، حيث a عدد حقيقي.



- . تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (C_f) .
- عين قيمة a حتى يقطع المنحنى (C_f) حامل محور التراتيب في النقطة ذات الترتيبة $\frac{1}{2}$.
- . $a = 1$ نضع . (II)
- . احسب (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$
- ب) فسر النتائج المحصل عليها ببيانا.
- (2) أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-2; -\infty)$ و $(2; +\infty]$.
- ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) عين إحداثي A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- (4) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) احسب $(-1)^f$ ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (Δ) ثم المنحنى (C_f) .
- (6) حل ببيانا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $\frac{1}{x+2} \leq 1$.

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

$b = 1441$ ، $a = 2019$ و b العددان الطبيعيان حيث

(1) تحقق أنّ : $a \equiv 13 [17]$.

(2) بين أنّ : a و b متافقان بتردد 17، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.

(3) بين أنّ $[17] a \times b \equiv -1$ ثم استنتاج أنّ $[17] 3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0$.

(4) أدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.

(5) بين أنّ $[17] 2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0$.

(6) عين قيم العدد الطبيعي n التي تتحقق: $[17] n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية التي حدها الأول u_0 و أساسها r .

(1) علما أنّ : $u_0 + u_1 + u_2 = 6$ ، عين u_1 .

(2) علما أنّ : $2u_0 - 3u_1 = -10$ ، عين الحد الأول u_0 ، ثم استنتاج قيمة r أساس المتتالية (u_n).

(3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدالة n .

(4) أ) عين قيمة n حتى يكون $2018 = u_n$.

ب) أحسب الحد الخامس عشر للمتتالية (u_n).

(5) أحسب بدالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

(6) عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S_n = 96$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

(2) أحسب $(x)f'$ ، ثم ادرس إشارتها على \mathbb{R} . $(x)f'$ ترمز إلى الدالة المشتقة الأولى للدالة (f)

ب) احسب $(0)f$ و $(-1)f$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة .



. $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$ في \mathbb{R} من أجل كل x .

ب) عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أكتب معادلة $L(T)$ مماس

المنحني (C_f) عند النقطة A .

5) أنشئ المماس (T) والمنحني (C_f) .

6) حل بيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 0$.

انتهى الموضوع الثاني

العلامة مجموع مجراة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
		التمرين الأول: (06 نقاط)
02.5	2×0.75 2×0.5	<p>(1) أ- تعين باقي قسمة a و b على 7 : $b \equiv 1[7]$ ، $a \equiv 3[7]$ $a - 3b \equiv 0[7]$ ومنه: $a \equiv 3b[7]$ - ب</p>
01	+0.5 0.5	(2) تبيان أن $9a + b \equiv 0[7]$
1.5	0.5 1	<p>(3) - التتحقق أن $2a \equiv -1[7]$</p> <p>استنتاج باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7 . الباقي هو 6.</p>
01	+0.25 0.5 0.25	<p>(4) تعين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $b^n + a.n + 2 \equiv 0[7]$</p> <p>ومنه: $n \equiv -1[7] \quad 3n + 3 \equiv 0[7]$</p> <p style="text-align: center;">$\begin{cases} n = 7k + 6; k \in \mathbb{N} \\ \quad \quad \quad \text{و} \\ n = 7k - 1; k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ وبالتالي:</p>
		التمرين الثاني: (06 نقاط)
03	1+1 +0.5 0.5	<p>(1) تبيان أن المتتالية (u_n) حسابية أساسها $r = \frac{2}{5}$ (قبل أي طريقة صحيحة) حدتها الأولى: $u_1 = \frac{-3}{5}$</p>
1.25	2×0.5 0.25	<p>(2) تعين رتبة الحد الذي قيمته 575 .</p> <p>ومنه: $n = 1440$ وبالتالي الرتبة هي $\frac{2}{5}n - 1 = 575$</p>
0.5	×0.25 2	<p>(3) حساب المجموع S :</p> <p>$.S = 413568 \quad , \quad S = \frac{1440}{2}(u_1 + u_{1440})$</p>
01.25	0.25 2×0.25 ×0.25 2	<p>(4) أ- هندسية $(v_n) \quad v_n = 4^{5u_n + 6}$</p> <p>الأساس 16 والحد الأول 64</p> <p>ب- حساب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{64}{15}(16^n - 1)$</p>

العلامة مجموع مجزأة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
0.5	2×0.25	$a=1$ ومنه: $f(0)=\frac{1}{2}$.I
02.5	0.5×4	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \xrightarrow{-} -2} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{+} -2} f(x) = -\infty$ -أ (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
	2×0.25	ب- للمنحنى م.م. مواز لـ (yy') معادلته $y=1$ و م.م. مواز لـ (xx') معادلته $x=-2$
1.5	2×0.5	$f'(x) > 0$ ، $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ -أ (2)
	0.5	ب- جدول التغيرات.
0.5	0.25	A(-2;1) إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين:
	0.25	- تبيان أن A مركز تناظر للمنحنى (C_f)
0.5	0.5	(Δ): $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ معادلة المماس: (4)
02	0.5	$f(-1) = 0$ (5)
	2×0.5	- رسم المقاربين والمماس (T) - رسم المنحنى (C_f)
0.5	0.5	. $S = [-2; -1]$ ، $f(x) \leq 0$ معناه $1 \leq \frac{1}{x+2}$ (6)

العلامة مجموع مجزأة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
التمرين الأول : (06 نقاط)		
01	01	(1) التحقق أنّ : $a \equiv 13[17]$
01.5	01 0.5	(2) بيان أنّ : a و b متافقان بتردد 17 $b \equiv 13[17]$
01.5	0.75 0.75	$a \times b \equiv -1[17]$ ومنه $[169 \equiv 16[17]]$ (3) $a \times b \equiv 169[17]$ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$ ومنه $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$
01	0.5×2	(4) دور بوافي القسمة هو 4 والباقي هي : 1 ; 13 ; 16 و 4
0.5	0.25 0.25	(5) $13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$ $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$
0.5	0.25 0.25	(6) يكفي $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$ $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ $n = 17k / k \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني : (06 نقاط)		
01	01	$u_1 = 2$ (1)
02	2×1	$r = 4$ ، $u_0 = -2$ (2)
01	01	$u_n = 4n - 2$ (3)
01	2×0.5	$u_{14} = 54$ (ب) $n = 505$ (أ) (4)
0.5	0.5	$S_n = 2n^2 - 2$ (5)
0.5	0.5	(6) $n = 7$ يعني $n^2 - 49 = 0$ $2n^2 - 2 = 96$
التمرين الثالث : (08 نقاط)		
2	1×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (1)
03.5	01.5 0.5 3x0.5	(2) $f'(x) = 6x^2 + 6x$ (أ) اشارة $f'(x)$ (ب) حساب القيمتين وتشكيل جدول التغيرات
01	2×0.5	(3) التتحقق (ب) تعين نقطة التقاطع مع حامل محور الفواصل
0.5	×0.25 2	(4) - نقطة الانعطاف - معادلة المماس
0.75	×0.25 3	(5) إنشاء المماس والمنحنى (C_f)
0.25	0.25	(6) حل المراجحة