الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الأول — يوم: 29 نوفمبر 2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 03 نقاط

✓ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. المعادلة ذات المجهول x حيث $2(\ln x)^2 - \ln(x) - 1 = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما: 1 و e.

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0;1\}$ بـ: $f(x) = (x-1)\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right) - \ln(|x|)$.

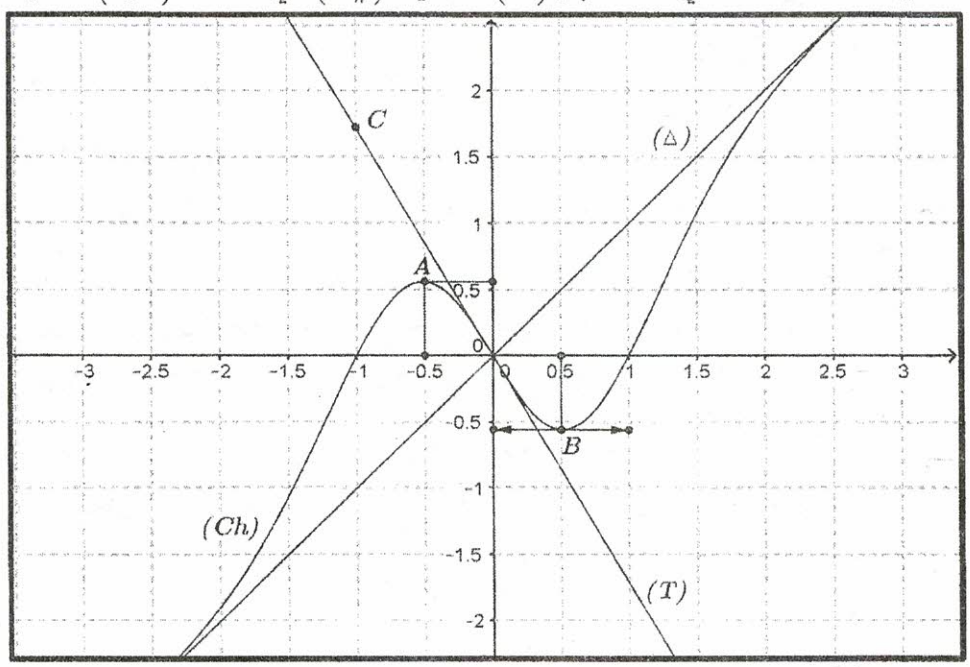
➢ من أجل $x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ لدينا: $f(1-x) = f(x)$.

3. نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x: $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$.

➢ مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي: $]1;e[$.

التمرين الثاني: 07 نقاط

✓ في الشكل المقابل (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ و A، B، C ثلاث نقط حيث $A\left(-\frac{1}{2};0,56\right)$، $B\left(\frac{1}{2};-0,56\right)$، $C(-1;e-1)$، و (Δ)، (T) مستقيمان حيث (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_h) عند $+\infty$ و $-\infty$ معادلة له هي $y = x$ و (T) المماس لـ (C_h) في النقطة $O(0;0)$ مبدأ المعلم.



I. بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة h.

2. حدد كلا من $h'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $h'(0)$ ثم أكتب معادلة للمماس (T).

3. حدد شفعية الدالة h مع التبرير.

www.dzexams.com

4. استنتج الوضع النسبي لـ (C_h) والمماس (T) ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. حدد حسب قيم x إشارة كلا من $h(x)$ و $h(x)-x$.

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $h(x)=mx$.

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-h(|x|)$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة g زوجية ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم حدد طريقة لرسم (C_g) انطلاقا من (C_h).

3. أعد رسم (C_h) ثم أرسم (C_g).

التمرين الثالث: 10 نقاط

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(1-x)e^{1-x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,42<\alpha<0,44$.

ب) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x-xe^{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha)=\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4. أ) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم أرسم (C_f) نأخذ $f(\alpha)=-0,33$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

6. أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون تعيين عبارتها.

www.dzexams.com

التصحيح النموذجي لاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة ثانوي الأقسام: ج ع ت + ج ر

الإجابة:

حل التمرين الأول:

الإجابة بصحيح أو خطأ مع التبرير

1) خطأ: (0,5 pt)

التبرير: (0,5 pt)

لدينا المعادلة (1) $(\ln(x))^2 - \ln x - 1 = 0$ تكافئ

$\begin{cases} 2t^2 - t - 1 = 0 \quad (2) \\ t = \ln x \end{cases}$ بما أن $\Delta = 9$ فإن المعادلة (2) تقبل

حلين هما $t_1 = -\frac{1}{2}$ و $t_2 = 1$ ومنه من أجل $t = -\frac{1}{2}$ فإن $\ln x = -\frac{1}{2}$ أي $x = e^{-\frac{1}{2}}$

ومن أجل $t = 1$ فإن $\ln x = 1$ أي $x = e$

وبالتالي المعادلة (1) تقبل حلين هما: $x = e^{-\frac{1}{2}}$ و $x = e$

2) صحيح (0,5 pt)

التبرير: (0,5 pt)

لدينا

$$f(1-x) = (1-x-1)\ln\left|\frac{1-x-1}{1-x}\right| - \ln|1-x|$$

$$= -x\ln\left|\frac{-x}{1-x}\right| - \ln|1-x|$$

$$= -x\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| - \ln|x-1|$$

$$= x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln\left|x\left(1-\frac{1}{x}\right)\right|$$

$$= x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln|x| - \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$= (x-1)\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln|x| = f(x)$$

وبالتالي من أجل $x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ فإن $f(1-x) = f(x)$

www.dzexams.com

3) حل خطأ (0,25)

التبرير (0,75)

$x = 1$ حلها $2e^x - 2e = 0$ أو $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) = 0$ لدينا

$x = 1$ أي $e^{1-x} = e^0$ حلها $e^{1-x} - 1 = 0$

وعليه لدينا، إشارة العبارة $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1)$ تكون كالتالي:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$2e^x - 2e$		$-$	0	$+$	
$e^{1-x} - 1$		$+$	0	$-$	
$(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1)$		$-$	0	$-$	

ومنه $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$ حلول المتراجحة هي

$S = \{\phi\}$ ومنه

حل التمرين الثاني:

I) الإجابة على الأسئلة قراءة بيانية:

1) تشكيل جدول تغيرات الدالة h:

(1)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$0,56$	↘	$-0,56$	↗	$+\infty$

2) حساب كل من $h'(0)$ و $h'\left(\frac{1}{2}\right)$:

$h'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ لأن المماس عند النقطة B موازي لحامل محور الفواصل. (0,25)

$h'(0) = \frac{y_C - y_O}{x_C - x_O} = \frac{e-1}{-1} = 1 - e$ (0,25)

كتابة معادلة المماس (T): (0,25)

$y = (1-e)x$

www.dzexams.com

3) تحديد إشارة الدالة h مع التبرير:

0,5

الدالة h متزايدة لأن (C_h) يقطع المحور الأفقي عند $x=0$

4) استنتاج الوضع النسبي لـ (C_h) و (T):

0,5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_h) أسفل (T)		(C_h) يقطع (T)		(C_h) أعلى (T)

0,25

التفسير الهندسي للنتيجة:

نقول أن النقطة $O(0;0)$ تمثل نقطة انعطاف لـ (C_h)

5) تحديد حسب قيم x إشارة كل من $h(x)$ و $h(x)-x$:

0,5

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

0,5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)-x$		$+$	0	$-$	

6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $h(x)=mx$

0,5×3

- من أجل $m \in]-\infty, 1-e[$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد سالب.
- من أجل $m \in]1-e, 1[$ فإن المعادلة تقبل ثلاث حلول حيث حلين متناظرين في الإشارة وحل معدوم
- من أجل $m \in [1; +\infty[$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد موجب.

II) لدينا $g(x) = -h(|x|)$

1) تبيان أن الدالة g زوجية:

0,25

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و $g(-x) = -h(|-x|) = -h(|x|) = g(x)$

ومنه الدالة g زوجية

www.dzexams.com

التفسير الهندسي للنتيجة:

0,25 (C_g) حسناء بالنسبة إلى حامل محور التراتيب.

ج) كتابة $g(x)$ دون إحدى القيمة المطلقة:

0,5 لدينا $g(x) = \begin{cases} -h(x) ; & x \geq 0 \\ -h(-x) ; & x \leq 0 \end{cases}$

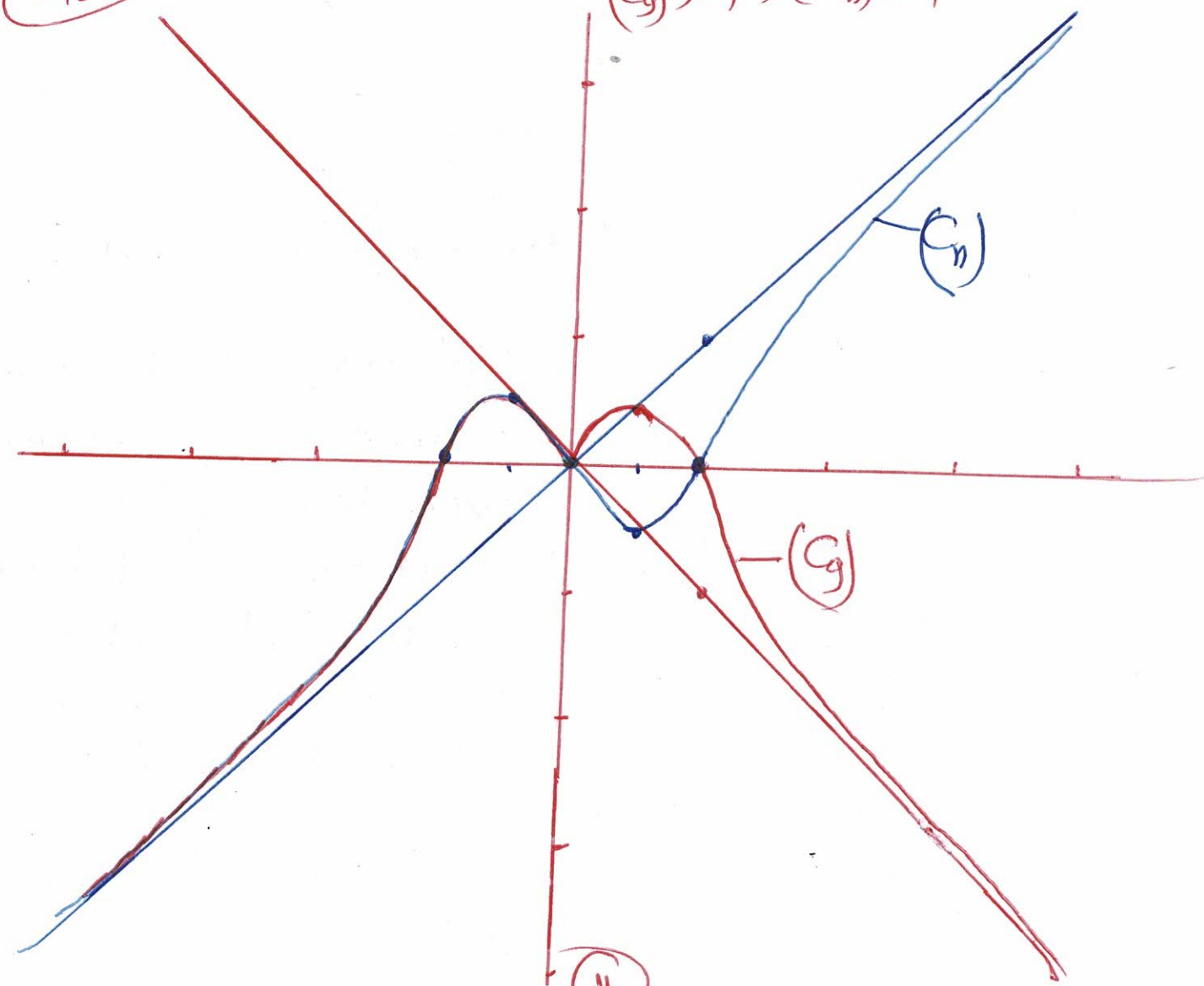
تحديد مراقبة لـ (C_g) انطلاقا من (C_h):

0,5 من أجل $x \geq 0$ فإن $g(x) = -h(x)$ ومنه (C_g) نظير (C_h) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل على المجال $[0, +\infty[$

وبما أن الدالة g زوجية فإن (C_g) نظير جزء من (C_g) المرسوم في المجال $[0, +\infty[$ بالنسبة إلى حامل محور التراتيب:

د) إعادة رسم (C_h) ثم رسم (C_g)

0,5



www.dzexams.com

حل التمرين الثالث:

الجزء الأول: لدينا $g(x) = 1-(1-x)e^{1-x}$

1) دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات:

(0,28) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} 1-(1-x)e^{1-x} = -\infty$ ($+\infty \times +\infty \to +\infty$)

(0,28) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 1-e^{1-x}+\frac{x}{e^x}\times e = 1$

حساب $g'(x)$:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$:

(0,28) $g'(x) = e^{1-x} + (1-x)e^{1-x}$

وهذا $g'(x) = (2-x)e^{1-x}$

دراسة حسب إشارة $g'(x)$:

لدينا $g'(x)=0$ تكافئ $2-x=0$ أي $e^{1-x}\neq 0$ ومنه $x=2$

وعليه إشارة $g'(x)$ تكون كالتالي:

(0,28)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

استنتاج اتجاه تغير الدالة g:

(0,28) الدالة g متزايدة على المجال $]-\infty;2]$ ومتناقصة على المجال $[2;+\infty[$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة g:

(0,28)

x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$1+e^{-1}$	$\searrow$	1

2) أ) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,42<\alpha<0,44$

(0,75) لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-\infty;2]$ وتأخذ قيمها على المجال $]0,42;0,44[$ و $g(0,42)\,g(0,44)<0$ أي

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,42<\alpha<0,44$

www.dzexams.com

ب) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

0,25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني: لدينا $f(x) = x - xe^{1-x}$

1) حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

0,25 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

0,25 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

ج) أ) إثبات أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$:

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$:

0,5 $f'(x) = 1 - e^{1-x} + xe^{1-x}$

$f'(x) = 1 - (1-x)e^{1-x} = g(x)$ وبالتالي:

تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

0,25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

0,5

ب) إثبات أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$

لدينا $f(\alpha) = \alpha - \alpha e^{1-\alpha}$ و $g(\alpha) = 0$ أي $e^{1-\alpha} = \frac{+1}{1-\alpha}$

$f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ ومنه $e^{1-\alpha} = \frac{-1}{\alpha - 1}$ أي

$f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha - 1 + 1}{\alpha - 1} = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ومنه

وبالتالي: $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$

www.dzexams.com

(0,5) اعطاء حصر لـ $f(\alpha)$:

لدينا $0,42 < \alpha < 0,44$ ومنه $1,42 < \alpha+1 < 1,44$ ... ①

و $-0,58 < \alpha-1 < -0,56$ ومنه $-1,79 < \frac{1}{\alpha-1} < -1,72$ ... ②

بجمع ① و ② طرفا طرفا: $-0,37 < f(\alpha) < -0,28$

(0,25) ج) تعيين دون حساب $\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

لدينا $\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = g(\alpha) = 0$

ومنه $\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = 0$

(0,25) التفسير الهندسي للنتيجة:

(C_f) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α.

(0,5) 3) أ) تبيان أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها:

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = g(x)$ ومنه $f''(x) = g'(x)$

وعليه انطلاقا من جدول $g'(x)$ نستنتج أن للمنحنى نقطة انعطاف واحدة

أي $(2; 2-2e^{-1})$ نقطة انعطاف لـ (C_f).

(0,25) ب) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$:

لدينا $\lim_{x\to+\infty} [f(x)-x] = \lim_{x\to+\infty} -\frac{x}{e^x} = 0$

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$.

(0,5) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ):

لدينا $f(x) - x = 0$ يكافئ $x = 0$ لأن $e^{1-x} \neq 0$ وعليه الوضع النسبي

نلخص في جدول التالي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) أعلى (Δ)		(C_f) يوقطع (Δ)		(C_f) أسفل (Δ)

www.dzexams.com

0,75 4) أ/ تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له:

لدينا $f'(x) = 1$ تكافئ $g(x) = 1$ وتكافئ $1 - (1-x)e^{1-x} = 1$

أي $(1-x) = 0$ لأن $e^{1-x} \neq 0$ ومنه $x = 1$

وعليه (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة ذات الفاصلة 1

حيث معادلة له $y = x - 1$

ب) تحديد احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات

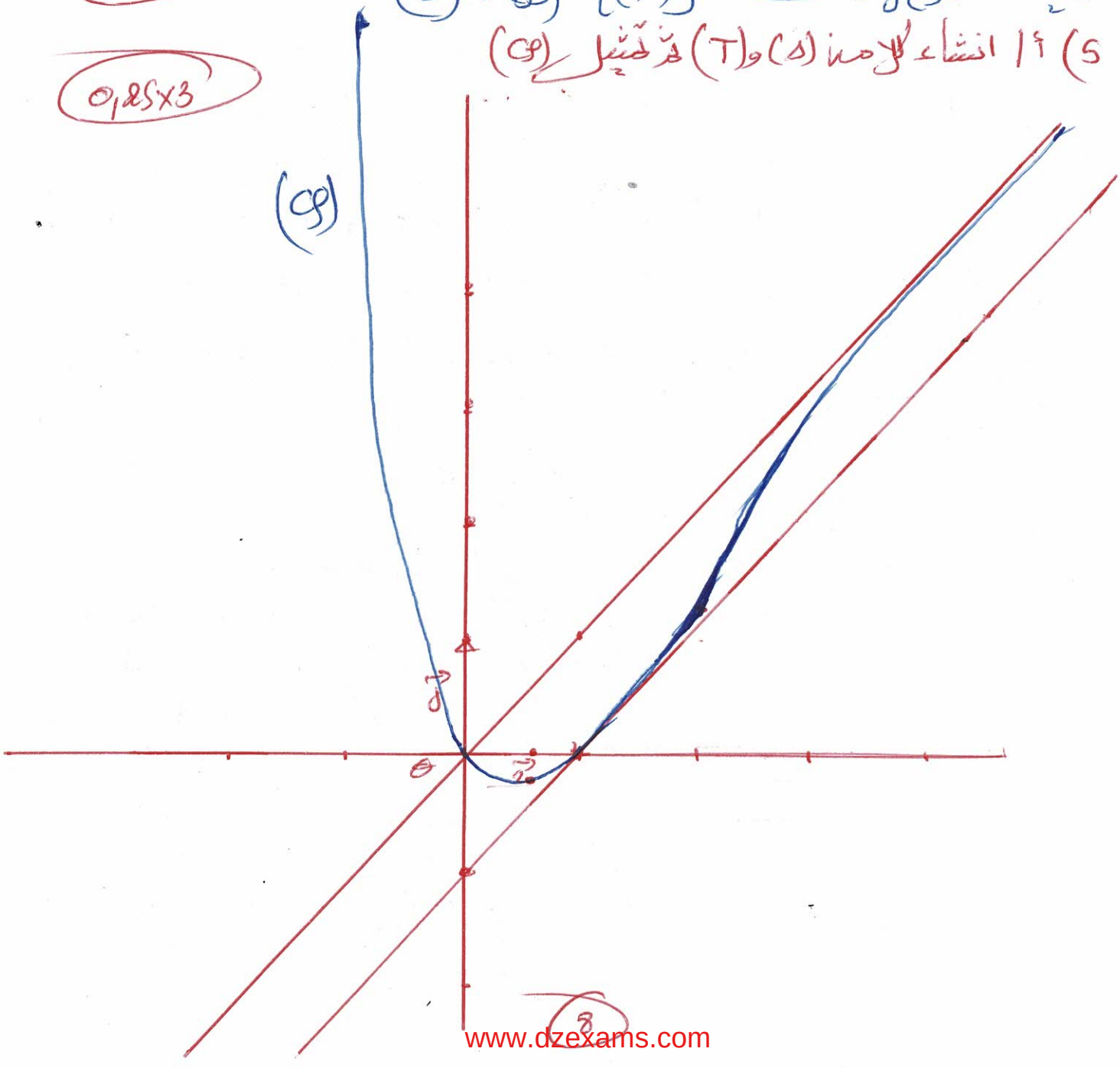
0,5 لدينا $f(x) = 0$ تكافئ $x(1 - e^{1-x}) = 0$ أي $x = 0$ أو $1 - e^{1-x} = 0$

0,5 معناه $e^{1-x} = e^0$ ومنه $x = 1$ وعليه

$(C_f) \cap (x'x) = \{(0;0) ; (1;0)\}$

0,25 لدينا $f(0) = 0$ ومنه $(C_f) \cap (y'y) = \{(0;0)\}$

0,25×3 5) أ/ انشاء (Δ) و (T) ثم تمثيل (C_f)



www.dzexams.com

ب) أحسب بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m إذا من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلين متمايزين.

لدينا من أجل $m\in]-1;0[$ فإن المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلين متمايزين (حوحيين). 0,25

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون اشتقاق.

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$: $h'(x)=-f'(-x)$ وعليه $h'(x)=0$ 0,25

تكافئ $-f'(-x)=0$ أي $g(-x)=0$ ومنه $-x=\alpha$ أي $x=-\alpha$

ولدينا $h'(x)>0$ تكافئ $f'(-x)<0$ أي $g(-x)<0$ ومنه

$-x<\alpha$ أي $x>-\alpha$

وعليه إشارة $h'(x)$ تكون كالتالي: 0,5

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة h متناقصة على المجال $]-\infty;-\alpha]$ وهي متزايدة على المجال $[-\alpha;+\infty[$. 0,25

www.dzexams.com