



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2020

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث : $a = 2020$ ، $b = 2970$ و $c = 1441$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a ، b و c على 9 .
 - (2) تحقّق أنّ العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9 .
 - (3) تحقّق أنّ: $2a \equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9 .
 - (4) بيّن أنّ العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 و أساسها r حيث: $u_2 - u_0 = 4$ و $u_1 + u_3 = 16$.
- (1) احسب الحدّ u_2 ، ثمّ الحدّ u_0 و استنتج الأساس r للمتتالية (u_n) .
 - (2) أ . بيّن أنّ الحدّ العام للمتتالية (u_n) معرّف بـ: $u_n = 4 + 2n$.
ب . حدّد مع التبرير اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
 - (3) بيّن أنّ العدد 2020 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ، محدّدًا رُتبته .
 - (4) احسب المجموع S المعرّف بـ : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1008}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- الدالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ ،
- و (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهاية الدالة f عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$.
 - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.
ب . استنتج اتجاه تغيّر f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
 - (3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 2 .
 - (4) أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(x-4)$.
ب . حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثمّ استنتج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل .
 - (5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية هندسية حدّها الأول u_1 ، حدودها موجبة تماما حيث : $u_3 \times u_5 = 2916$

(1) احسب الحد u_4 .

(2) علما أنّ $u_3 = 18$ ، تحقق أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 3 .

(3) احسب الحدّ الأول u_1 ، ثمّ اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

(4) عيّن رتبة الحدّ الذي قيمته 1458 . (لاحظ أنّ: $729 = 3^6$)

(5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ ، $b = 2020$.

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .

(2) بيّن أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج أنّ العدد $-8 - (a^2 + b^2)^{1962}$ يقبل القسمة على 7 .

(3) أ . عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 .

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.

ج. بيّن أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$ ،

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

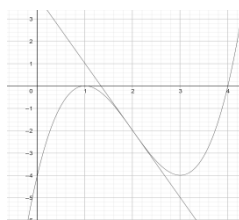
(2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = (x+3)(x+1)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب. استنتج اتجاه تغير f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّ النقطة $A\left(-2; \frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(4) اكتب معادلة (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A .

(5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (D) و (C_f) .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
التمرين 01: (06 نقاط)		
2.25	3x 0.75	(1) $a \equiv 4[9]$ ، $b \equiv 0[9]$ و $c \equiv 1[9]$
1	1	(2) التحقق أنّ العددين b و $(a + 5)$ متوافقان بترديد 9.
1.5	0.5 0.5X2	(3) التحقق أنّ : $2a \equiv -1[9]$. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $(2a)^{31}$ $(2a)^{31} \equiv 8[9]$
1.25	5x0.25	(4) تبيان أنّ العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9
التمرين 02: (06 نقاط)		
1.75	0.75+2x0.5	(1) $r = 2$ ، $u_0 = 4$ ، $u_2 = 8$
1.25	0.5	(2) أ) تبيان أنّ : $u_n = 4 + 2n$
	0.75	ب) لدينا $r > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما
1.5	0.75 0.75	(3) $u_n = 2020$ يكافئ $n = 1008$ الرتبة هي 1009
1.5	1.25	(4) نجد: $s = 1021108$
التمرين 03: (08 نقاط)		
1	0.5+0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
3	2x0.5 1	(2) أ) $f'(x) = 3(x - 1)(x - 3)$ دراسة إشارة $f'(x)$
	0.5+0.5	ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات
1	1	(3) معادلة المماس: $y = -3x + 4$
1.5	0.5	(4) أ) التحقق أنّ : $f(x) = (x - 1)^2(x - 4)$
	0.5+0.5	ب) حل المعادلة $f(x) = 0$ واستنتاج نقط التقاطع
1.5	0.25 0.75+0.5	(5) حساب $f(0)$ ورسم (T) و (C_f) . 

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
التمرين 01: (06 نقاط)		
1	1	(1) $u_4 = 54$
1.25	1.25	(2) التحقق أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 3 .
1.25	0.75+0.5	(3) $u_n = 2(3)^{n-1}$ ، $u_1 = 2$
1.25	0.5+0.75	(4) لدينا $u_n = 1458$ يكافئ $n = 7$ و رتبته 7
1.25	1.25	(5) $S_n = 3^n - 1$
التمرين 02: (06 نقاط)		
1	1	(1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .
1	0.5 0.5	(2) تبين أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$. استنتاج أنّ: $8 - (a^2 + b^2)^{1962}$ يقبل القسمة على 7 .
3	0.75	(3 أ) تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7
	0.75 0.5	(ب) تبين أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$. استنتاج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.
	1	(ج) بيان أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$
1	1	(4) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.
التمرين 03: (08 نقاط)		
1	0.5+0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
3	0.5x2	(2 أ) $f'(x) = (x+3)(x+1)$ و إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.
	1	(ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3]$ و $[-1; +\infty[$ ومنتاقصة تماما على المجال $[-3; -1]$
	1	جدول التغيرات
1.5	0.5x3	(3) A هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) : حساب $f''(x)$ ، حل المعادلة $f''(x) = 0$ و هو $(x = -2)$ ، اشارة $f''(x)$.
1	1	(4) $(D): y = -x - \frac{8}{3}$
1.5	0.25 0.25 1	(5) $f(0) = 0$ ورسم كلا من (D) و (C_f) . 