



## المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

## اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

س2

التمرين الأول : ( 4.5 نقاط )

أجب بـ صحيح أو خطأ مع التبرير بدقة:

1. المتالية  $(v_n)$  هندسية حدودها موجبة تماما، حيث:  $v_0 \times v_2 = 576$  و  $v_1 = 30$ .

$$v_{n+1} - v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty)$ :  $f(x) = \log^2(x) + 2 \log(x) - 3$ . مجموعة حلول المترابحة  $f(x) \leq 0$  هي:

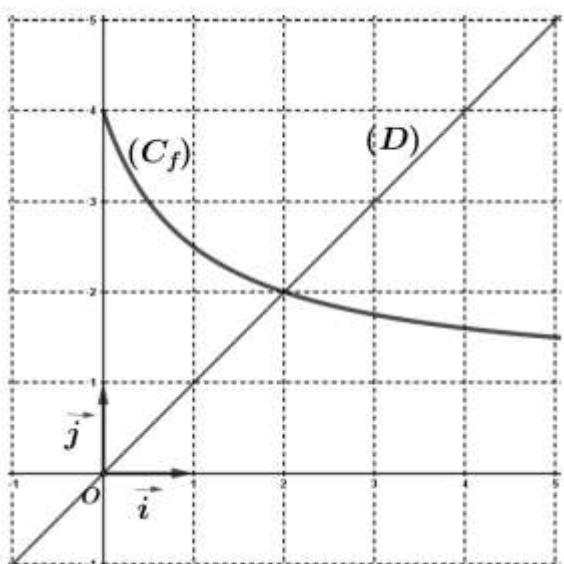
$$S = [10^{-3}; 10]$$

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية:  $0 = -y' + \ln(2^y) - 2$  هو الدالة  $g$  بحيث:

$$g(x) = 2023e^{2x} + \frac{2}{\ln 2} \quad g(0) = 2024 + \frac{2}{\ln 2}$$

التمرين الثاني : ( 5.5 نقاط )(1) الدالة المعرفة على  $[0; +\infty)$ :  $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ (C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامدوالمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ (u<sub>n</sub>) المتالية العددية المعرفة بـ:0 = u<sub>0</sub> ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $u_{n+1} = f(u_n)$ 

(أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربع الأولى (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل)

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتالية (u<sub>n</sub>) وتقاربها.(2) (v<sub>n</sub>) المتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  – يطلب تعين حدها الأول  $v_0$

ب) عين عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و

احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة كما يلي: (2)

(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $1 + e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2$  ، ثم استنتاج أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$

(2) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = x + \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

ب- استنتاج أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty]$  ،  $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$

د- استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty]$  ،  $f(x) \leq x$  مفسرا النتيجة بيانيا

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x}-1)}{e^x-2\sqrt{e^x}+2}$

ب- أدرس إشارة  $(x)f'$  ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}[(\sqrt{e^x}-2)^2-2]}{2(e^x-2\sqrt{e^x}+2)^2}$

ب- استنتاج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعين احداثييهما

(6) أنشئ كلا من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $e^x - e^m = 2(-1 + \sqrt{e^x})$

## التصحيح النموذجي

### التمرين الأول :

(1) خطأ :  $v_{n+1} - v_n = 18 \times 4^n$

(2) صحيح :  $S = [10^{-3} ; 10]$

(3) خطأ :  $g(x) = 2024 \times 2^x + \frac{2}{\ln 2}$

### التمرين الثاني :

أ- تمثيل الحدود الأربع الأولى على محور الفواصل

ب- التخمين: المتتالية  $(u_n)$  ليست رتيبة ومتقاربة

(2)  $v_0 = -1$  و  $v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$  -

ب- من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$   $u_n = -2 + \frac{4}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$  ،  $v_n = -\left(-\frac{1}{3}\right)^n$

ج-  $\lim \left( \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right) = 0$  لأن  $\lim(u_n) = 2$  -

$T_n = \frac{1}{4}[n + 1 - S_n]$  ،  $S_n = -\frac{3}{4} \left[ 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]$  (3)

ومنه  $T_n = \frac{1}{16} \left[ 4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right]$

### التمرين الثالث :

(1) من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = e^x - 2\sqrt{e^x} + 1 + 1 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$

بما أن  $0 < \sqrt{e^x} - 1$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1 > 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  (2)

$y = \ln(2)$  يقبل مستقيماً مقارب موازي لمحور الفواصل عند  $+\infty$  معادلته  $C_f$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln(2)$

(3) أ- من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = x + \ln \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} \right)$

ب- منه المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $x = y$  مقارب مائل للمنحنى  $C_f$  عند  $+\infty$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = 0$  -

ج- من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty]$  ،  $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$

د- من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty]$   $f(x) - y = \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2) - x$

$$\text{ومنه: } f(x) - y = \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2) - \ln(e^x)$$

$$\text{ومنه: } \frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x} \leq 1 \text{ فإن } e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x \text{ بما أن } f(x) - y = \ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right)$$

$$\ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right) \leq 0$$

$$\text{أي } f(x) \leq x$$

$(C_f)$  يقع أسفل  $(\Delta)$  على المجال  $[0; +\infty]$

$$(4) \text{ أ- من أجل كل عدد حقيقي } x \quad f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2} : x$$

ب- إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $(\sqrt{e^x} - 1)$  لأن  $\sqrt{e^x} > 0$  و  $\sqrt{e^x} - 1 > 0$

$$\text{على المجال } [0; +\infty) \quad f'(x) < 0$$

$$\text{على المجال } [0; +\infty) \quad f'(x) > 0$$

الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $[0; +\infty)$

الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty)$

الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية محلية صغرى من أجل  $0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$

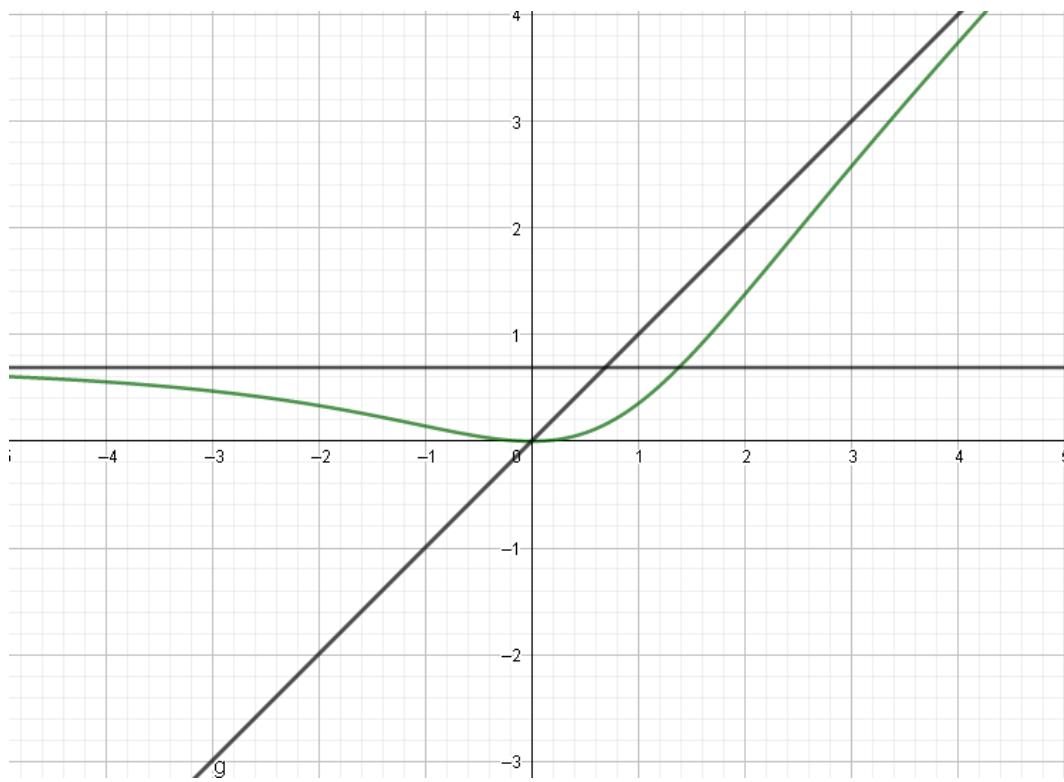
$$(5) \text{ أ- من أجل كل عدد حقيقي } x \quad f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}[(\sqrt{e^x} - 2)^2 - 2]}{2(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)^2}$$

ب- ونها  $f''(x)$  تتعذر عند القيمتين  $x_1 = 2\ln(2 - \sqrt{2})$  و  $x_2 = 2\ln(2 + \sqrt{2})$  مغيرة إشارتها

ب- ومنه  $(C_f)$  يقبل نقطي إنعطاف عند النقطتين :  $A(2\ln(2 + \sqrt{2}); \ln(4 + 2\sqrt{2}))$  و

$$B(2\ln(2 - \sqrt{2}); \ln(4 - 2\sqrt{2}))$$

: (6) الإنشاء



(7)

$$f(x) = m \text{ تكافئ } e^x - e^m = 2(-1 + \sqrt{e^x})$$

حل وحيد  $m = 0$

حلين متمايزين  $0 < m < \ln 2$

حل وحيد  $m \geq \ln 2$