التمرين الاول

a و b عددان حقيقيان يحققان : $0 < a < b$ ، $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$

❶ برهن أنّ : $3 < b + a < 4$ و $\sqrt{3} < b - a < \sqrt{10}$

❷ إستنتج أنّ : $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

التمرين الثاني

I) نعتبر العدد الحقيقي x، حيث : $\frac{2}{19} \leq \frac{2}{2x-3} \leq \frac{2}{17}$

❶ بيّن أنّ : $10 \leq x \leq 11$

❷ عيّن حصرا للعدد : $11 - x$

❸ قارن بين : $(11-x)^{1954}$ ، $(11-x)^{1962}$ و $(11-x)^{2024}$

II) x عدد حقيقي موجب تماما نضع : $X = \frac{x-1}{x}$ و $Y = \frac{x}{x+1}$

❶ أحسب الفرق $Y - X$ وإستنتج إشارته، ثمّ قارن بين X و Y.

❷ إستنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$ و $\sqrt{\frac{2023}{2024}}$. (لاتستعمل الآلة الحاسبة)

التمرين الثالث

❶ عبر عن A بدون رمز القيمة المطبقة حيث : $A=|2-\sqrt{5}|-|2\sqrt{5}-3|+|7-3\sqrt{5}|$

❷ عين المجموعات $i \cap j$, $i \cup j$ حيث $j = [1;+\infty[$ $i = [-2;4[$

❸ ليكن a و b عددان حقيقيان حيث: $b \in [1;\frac{3}{2}[$ $a \in [\sqrt{2};\sqrt{3}[$ أعط حصرا لل العبارتين $2a^2-4b$ و $\frac{a^4-1}{2b+1}$

4 أدرس إشارة كل من العبارتين $2x+2$ و $3-2x$.

حل المتراجحة : $|3-2x| \leq |2x+2|$ باستعمال طريقة فصل الحالات .

5 أكتب كل من العبارات التالية دون إستعمال رمز القيمة المطلقة : $A=|x+4|+|x-2|$ ، $B=|x-3|-2|x-4|$

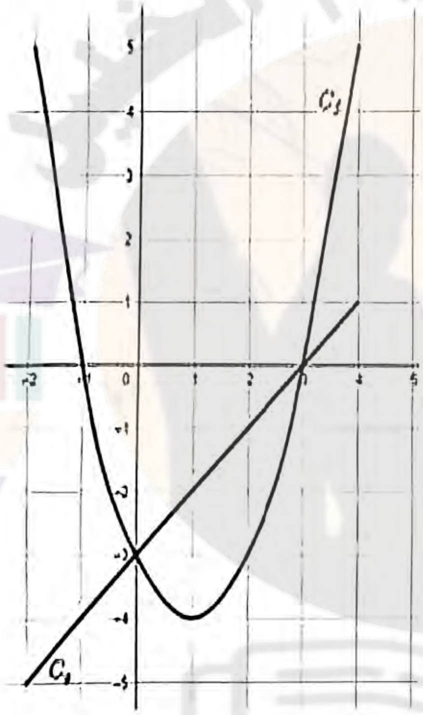
* إستنتج حلول المعادلة $A=6$. $B=5$.

6 أنقل ثم أتمم الجدول الآتي :

الحصر	المجال	المرافقة	القيمة المطلقة
$3 \leq x \leq 5$			
			$\lvert x-1 \rvert \leq 3$
		$d(x;2) \leq 4$	
	$x \in [-4;4]$		

التمرين الرابع

- لتكن الدالة f المعرفة بتمثيلها البياني C_f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المقابل :



1) عيّن مجموعة تعريف الدالة f .
2) احسب صورة كل من -2 و 0 بواسطة الدالة f .
3) ما هي سوابق العددين -3 و 0 بالدالة f .
4) هل تقبل الدالة f قيمة حدية صغرى ؟ عيّنها إن وجدت ؟
5) استنتج اتجاه تغير الدالة f .
6) شكل جدول تغيرات الدالة f .

- g دالة عددية معرفة على المجال : $[-2;4]$ حيث :
$g(x)=x-3$ و C_g منحناها في نفس المعلم السابق .

1) أدرس شفعية الدالة g .
2) حل بيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$.
3) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)<g(x)$.

حل التمرين الأول

1) البرهان أن $3<b+a<4$

$\sqrt{3}<b-a<\sqrt{10}$

لدينا: $0<a<b$ ، $7<a^2+b^2<12$ ...(2)

$1<ab<2$ ...(1)

بضرب (1) في 2 نجد $2<2ab<4$ ...(3)

بجمع (2) و (3) نجد $9<a^2+b^2+2ab<16$

بداية شهيرة 1

$9<(a+b)^2<16$

بإدخال الجذر نجد

$\boxed{3<a+b<4}$

و $a+b$ و $b+a$ نفس الشيء

- بضرب (1) في -2 نجد $-4<-2ab<-2$ ...(4)

بجمع (2) و (4) نجد $3<a^2+b^2-2ab<10$

بداية شهيرة 2

$3<(a-b)^2<10$

بإدخال الجذر نجد

$\sqrt{3}<|a-b|<\sqrt{10}$

أي

$\sqrt{3}<-(a-b)<\sqrt{10}$

$\boxed{\sqrt{3}<b-a<\sqrt{10}}$

حل التمرين الثاني :

1- التبيان أن $10\leq x\leq 11$

- لدينا

$$\frac{2}{19}\leq\frac{2}{2x-3}\leq\frac{2}{17}$$

ومنه

$$\frac{17}{2}\leq\frac{2x-3}{2}\leq\frac{19}{2}$$

$$\frac{2\times17}{2}\leq\frac{2(2x-3)}{2}\leq\frac{2\times19}{2}$$

$17\leq 2x-3\leq 19$

نضيف 3 فنجد

$$\frac{20}{2}\leq\frac{2x}{2}\leq\frac{22}{2}$$

$\boxed{10\leq x\leq 11}$

2- تعيين حصر للعدد $11-x$

لدينا ، $10\leq x\leq 11$

بضرب في -1 نجد

$-11\leq -x\leq -10$

بإضافة 11 نجد :

$0\leq 11-x\leq 1$

3) المقارنة بين $(11-x)^{1954}$ و $(11-x)^{1962}$ و $(11-x)^{2024}$

$(11-x)^{1954}\geq(11-x)^{1962}\geq(11-x)^{2024}$

II-1) حساب الفرق $X-Y$

لدينا

$X=\frac{x-1}{x}$

$Y=\frac{x}{x+1}$

$$X-Y=\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x+1}$$

$$=\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}-\frac{x(x)}{x(x+1)}$$

$$=\frac{x^2-1-x^2}{x(x+1)}$$

$$\frac{x^2-1-x^2}{x(x+1)} = \boxed{X-Y=\frac{-1}{x(x+1)}}$$

إشارة سالبة $X-Y<0$

بما أن إشارة الفرق $X-Y<0$

فإن $\boxed{X<Y}$

II-2) إستنتاج مقارنة بين $\sqrt{\frac{2023}{2024}}$ و $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$

ومنه $\sqrt{\frac{2023}{2024}} < \sqrt{\frac{2024}{2025}}$

حل التمرين الثالث

1) كتابة A دون رمز القيمة المطلقة

$A=|2-\sqrt{5}|-|2\sqrt{5}-3|+|7-3\sqrt{5}|$

$A=-(2-\sqrt{5})-(2\sqrt{5}-3)+(7-3\sqrt{5})$

$A=-2+\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3+7-3\sqrt{5}$

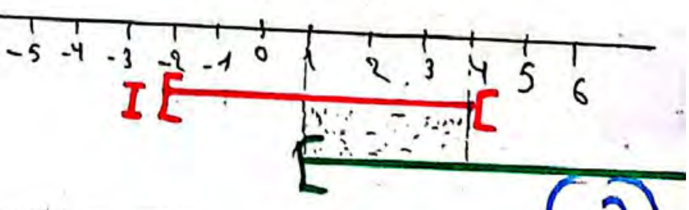
$-5\sqrt{5}+8+\sqrt{5}$

$A=\boxed{-4\sqrt{5}+8}$

2) تعيين المجموعات $I\cap J$ ، $I\cup J$

لدينا: $I=[-2,4[$ $\quad J=[1,+\infty[$

$\boxed{I\cap J=[1,4[}$



$\boxed{I\cup J=[-2,+\infty[}$

3) حصر العبارتين $2a^2-4b$ و $\frac{a^4-1}{2b+1}$

لدينا:

$a\in[\sqrt{2},\sqrt{3}[\Rightarrow \sqrt{2}\leq a<\sqrt{3}$ ①

$b\in[1,\frac{3}{2}[\Rightarrow 1\leq b<\frac{3}{2}$ ②

بتربيع ① نجد: $2\leq a^2<3$ ③

بضرب ③ في 2 نجد: $4\leq 2a^2<6$ ④

بضرب ② في -4 نجد

$-6\leq -4b<-4$ ⑤

بجمع ④ و ⑤ نجد

$\boxed{-2\leq 2a^2-4b<2}$

بضرب ② في 2 نجد $2\leq 2b<3$

بإضافة 1 نجد $3\leq 2b+1<4$ Ⓐ

بقلب Ⓐ نجد

$\frac{1}{4}\leq\frac{1}{2b+1}<\frac{1}{3}$ Ⓑ

بتربيع ③ نجد

$4\leq a^4<9$ Ⓒ

نضيف 1- فنجد

$3 < a^2-1 < 8$ ... (D)

بضرب (B) و (D) نجد

$$\boxed{\frac{3}{4} < \frac{a^2-1}{2b+1} < \frac{8}{3}}$$

4) دراسة إشارة كل من

* $2x+2$
* $3-2x$

* $2x+2=0$

$2x=-2$

$\boxed{x=-1}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$2x+2$	عكس إشارة a	0	نفس إشارة a
	$-$		$+$

- $3-2x$

$3-2x=0 \Leftrightarrow \frac{-2x}{-2}=\frac{-3}{-2}$

$\boxed{x=\frac{3}{2}}$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$3-2x$	$+$	0	$-$

* حل المتراجحة $|3-2x| \leq |2x+2|$

5

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x+2$	$-$	0 $+$	$+$	
$3-2x$	$+$	$+$	0 $-$	

* على المجال $]-\infty, -1]$

$3-2x \leq -(2x+2)$

$3-2x \leq -2x-2$

$3 \leq -2$ مستحيل

* على المجال $[-1, \frac{3}{2}]$

$3-2x \leq 2x+2$

$-2x-2x \leq 2-3 \Leftrightarrow -4x \leq -1$

$x \geq \frac{1}{4}$ $\quad x \in [\frac{1}{4}, +\infty[$

مجموعة الحلول هي $[\frac{1}{4}, +\infty[\cap [-1, \frac{3}{2}]$

أي

$$\boxed{x \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{2}]}$$

* على المجال $[\frac{3}{2}, +\infty[$

$-3+2x \leq 2x+2$

$2x-2x \leq 2+3$

$\boxed{0 \leq 5}$

مجموعة حلول المتراجحة $|3-2x| \leq |2x+2|$

$$\boxed{S = [\frac{1}{4}, +\infty[}$$

$x \in$

6

5) كتابة A و B بدون رمز القيمة المطلقة

لدينا: $A = |x+4| + |x-2|$

$B = |x-3| - 2|x-4|$

A: جدول إشارة العبارة A

x	$-\infty$	-4		2	$+\infty$
$x+4$	$-$	0	$+$	|	$+$
$x-2$	$-$	|	$-$	0	$+$
A	$-(x+4)-(x-2)$	|	$x+4\ (x-2)$	|	$x+4+x-2$

$x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

- على المجال $]-\infty,-4]$: $A=-(x+4)-(x-2)$

$A=-x-4-x+2 \Rightarrow \boxed{A=-2x-2}$

- على المجال $[-4,2]$: $A=x+4-(x-2)$

$A=x+4-x+2 \Rightarrow \boxed{A=6}$

- على المجال $[2,+\infty[$: $A=x+4+x-2$

$\boxed{A=2x+2}$

B: جدول إشارة العبارة B

x	$-\infty$	3		4	$+\infty$
$x-3$	$-$	0	$+$	|	$+$
$x-4$	$-$	|	$-$	0	$+$
B	$-x+3+2x-8$	|	$x-3+2x-8$	|	$x-3-2x+8$

$x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

$x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$

- على المجال $]-\infty,3]$

$B=-(x-3)-2(-(x-4))$

$B=-x+3-2(-x+4)$

$B=-x+3+2x-8$

$\boxed{B=x-5}$

- على المجال $[3,4]$

$B=x-3-2(-(x-4))$

$B=x-3+2x-8$

$\boxed{B=3x-11}$

- على المجال $[4,+\infty[$

$B=x-3-2(x-4)$

$B=x-3-2x+8$

$\boxed{B=-x+5}$

* استنتاج حلول المعادلتين

$A=6$ و $B=5$

- العبارة A:

على المجال $]-\infty,-4]$

$A=-2x-2$, $A=-2x-2=6$

$\Rightarrow -2x=6+2 \Leftrightarrow -2x=8$

$\boxed{x=-4}$, $-4\in]-\infty,-4]$ مقبول

على المجال $[-4,2)$

$\boxed{A=6}$

على المجال $[2,+\infty[$

$A=2x+2$, $2x+2=6$

$\Rightarrow 2x=6-2 \Leftrightarrow 2x=4$

$\boxed{x=2}$ $2\in[2,+\infty[$ مقبول

إذن مجموعة الحلول $S=\{-4, 6, [-4,2]\}$

العبارة B

- على المجال $]-\infty, 3]$

$B = x-5$ و $x-5=5 \Rightarrow x=5+5$

$\boxed{x=10}$ $10 \notin]-\infty, 3]$ **مرفوض**

- على المجال $[3, 4]$

$B = 3x-11$ و $3x-11=5$

$\Rightarrow 3x = 11+5 \Leftrightarrow 3x = 16$

$\boxed{x=\frac{16}{3}}$ $\frac{16}{3} \notin [3, 4]$ **مرفوض**

- على المجال $[4, +\infty[$

$B = -x+5$ و $-x+5=5$

$\Rightarrow -x = -5+5$

$\boxed{x=0}$ $0 \notin [4, +\infty[$

مرفوض

إذن مجموعة حلول المعادلة $B=5$

مجموعة خالية $S = \{\emptyset\}$

6) إتمام الجدول

الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة
$3 \leq x \leq 5$	$x \in [3, 5]$	$d(x,4) \leq 1$	$\lvert x-4 \rvert \leq 1$
$-2 \leq x \leq 4$	$x \in [-2, 4]$	$d(x,1) \leq 3$	$\lvert x-1 \rvert \leq 3$
$-2 \leq x \leq 6$	$x \in [-2, 6]$	$d(x,2) \leq 4$	$\lvert x-2 \rvert \leq 4$
$-4 \leq x \leq 4$	$x \in [-4, 4]$	$d(x) \leq 4$	$\lvert x \rvert \leq 4$

حل التمرين الرابع:

1) مجموعة تعريف الدالة f

$D_f = [-2, 4]$

2) حساب صور كل من -2 ، 0

$f(-2)=5$

$f(0)=-3$

3) سوابق العددين -3 و 0 بالدالة f

$f(-1)=0$ $f(0)=-3$

$f(3)=0$ $f(2)=-3$

4) نعم الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند النقطة ذات الإحداثيات

$(1, -4)$

5) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f

على المجال $[-2, 1]$

الدالة f متناقصة

على المجال $[1, 4]$

الدالة f متزايدة

6) جدول تغيرات الدالة f

x	-2	-1	1	3	4
$f(x)$	5 ↘	0 ↘	-4 ↗	0 ↗	5

II-1) دراسة شفعية الدالة g

$g(x)=x-3$

$g(-x)=-x-3 \Leftrightarrow g(x)=(x+3)$

إذن الدالة g لا فردية لا زوجية

II-2) حل بيانيا المعادلة

$f(x)=g(x)$

حلول المعادلة تكون عند تقاطع منحنى الدالة f C_f من منحنى الدالة g C_g أي مجموعة حلول

$f(x)=g(x)$

عند النقط ذات الإحداثيات

$(0,-3)$, $(3,0)$

II-3) حل بيانيا المتراجحة

$f(x)<g(x)$

حل المتراجحة تكون في المجال الذي يكون فيه منحنى الدالة f C_f يقع تحت منحنى الدالة g C_g أي مجموعة حلول المتراجحة

$f(x)<g(x)$

عند المجال $[0,3]$

تابع لحل التمرين الأول

استنتاج أن $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < \frac{2+\sqrt{10}}{2}$

$\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

لدينا

$3 < a+b < 4 \quad \dots A$

$\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10} \quad \dots B$

بجمع A و B نجد

$3+\sqrt{3} < 2b < 4+\sqrt{10}$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < \frac{4+\sqrt{10}}{2}$

$\boxed{\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < 2+\frac{\sqrt{10}}{2}}$

بضرب B في -1 نجد $-\sqrt{10} < a-b < \sqrt{3} \quad \dots C$

بجمع A و C نجد

$3-\sqrt{10} < 2a < 4-\sqrt{3}$

$\boxed{\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}}$