الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية العقيد أعمر أوعمران – فريقات

مديرية التربية لولاية تيزي وزو — السنة الدراسية : 2024/2023

التاريخ : 03 ديسمبر 2023

المستوى : 3 رياضي — إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعات و نصف

التمرين الأول : (6 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل :

1 . مجموعة حلول المتراجحة $6+e^{2x}<5e^{x}$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=]\ln 2\,;\ln 3[$ ب) $S=]2;3[$ ج) $S=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 3;+\infty[$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln[\ln(\ln x)]>0$ هي :

أ) $S=]e;+\infty[$ ب) $S=]e^{e};+\infty[$ ج) $S=]e^{3};+\infty[$

3. الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

أ) $f(1-x)=f(x)$ ب) $f(-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=-f(x)$

4 . g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1+y+y'=0$ حيث $g(\ln 2)=0$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

أ) $g(x)=-1-2e^{-x}$ ب) $g(x)=-1+2e^{-x}$ ج) $g(x)=e^{x}-2$

5 . h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=\frac{1}{\ln x}+\ln(\ln x)$ قابلة للإشتقاق على $]1;+\infty[$ حيث :

أ) $h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2ln^2x}$ ب) $h'(x)=\frac{1-\ln x}{xln^2x}$ ج) $h'(x)=\frac{-1+\ln x}{xln^2x}$

6. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x)=x\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)\sin x$ ، من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $k(-x)+k(x)=0$ ب) $k(-x)-k(x)=0$ ج) $k(-x)+k(x)=x\sin x$

التمرين الثاني : (7 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $0{,}75<\alpha<0{,}76$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f_k الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f_k(x)=1-x+\frac{k}{x}(1+\ln x)$ (k وسيط حقيقي)

و ليكن (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول :

1) بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

2) أحسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ و 0 (ناقش حسب قيم k) .

الجزء الثاني :

نأخذ $k=2$ نجد : $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب – أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما :

$0{,}31<\alpha'<0{,}33$ و $2{,}50<\beta<2{,}55$

7) أ – أرسم (C_f) ، (T) و (Δ)

ب – ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m-1$

III . نعتبر الدالة k المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $k(x)=-|1-x|+\frac{2}{x}(1+|\ln x|)$

أ – أكتب الدالة k دون رمز القيمة المطلقة .

ب - أدرس قابلية إشتقاق الدالة k عند $x=1$ ، و فسر النتائج هندسيا .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

I. (C) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $x \to e^x - x^2$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x + 1$

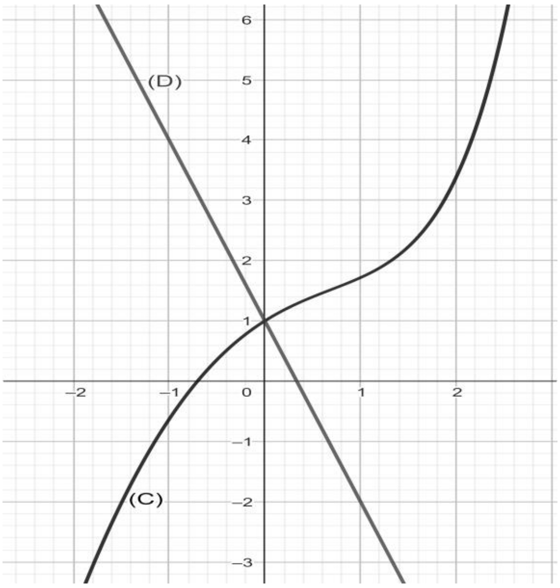
(أنظر الشكل المقابل) و g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

1) أ - بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (D) على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

2) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$e^x - \ln m = x^2$$



II . f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - x]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta): y = x$

3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = e^{-x}\, g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f''(x) = [g'(x) - g(x)]\, e^{-x}$

ب - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = (1 - e^x)x - x^2e^x$

- اشرح كيفية رسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في المعلم السابق .

7) k هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = e^{f(x)}$

- اعتمادا على تغيرات الدالة f ، أدرس تغيرات الدالة k و شكل جدول تغيراتها (عبارة $k(x)$ غير مطلوبة) .