الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2018

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\dfrac{9}{u_n+5}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>-2$

ب) بيّن أنّ (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنّها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1}{u_n+2}$

ـ أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول .

3) عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_0v_0+u_1v_1+....+u_nv_n=\dfrac{1}{3}\left(1-n^2\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني"

و B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم".

1) أ) احسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap B)=\dfrac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.

عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-\sqrt{3}\,z+1=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب: z_A ، z_B و z_C حيث :

$Z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $Z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}$ و $z_C=\overline{z}_B$ (يُرمز بـ $\overline{z}_B$ لمرافق z_B)

اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

3) **أ)** تحقّق أنّ: $\frac{z_B}{z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ وحدّد طبيعة المثلث OBC .

ب) استنتج أنّ: B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين عناصره المميزة.

4) نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z|=\left|\overline{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$

عيّن طبيعة المجموعة (γ) ثم عيّن صورتها بالدوران r.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) **أ)** احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x+1)\right)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$) .

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^x$.

6) **أ)** باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل $x=1$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=1$، $x=3$ و $y=2x+1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=u_n+\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$

1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{2n+3}{2n+1}>1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=2n+1$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $e^{u_n}=v_n$.

ب) استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) احسب المجموعين S_n و T حيث:

$$S_n=\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)+\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)+\ldots+\ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right) \quad \text{و} \quad T=e^{u_{1439}}+e^{u_{1440}}+\ldots+e^{u_{2018}}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطة $A(1;-2;1)$ والمستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب $-x+y+2z+1=0$ و $-3x+y+z+4=0$.

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;5;-2)$ شعاع توجيه له.

2) بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان ثم تحقق أن تقاطعهما هو المستقيم (Δ).

3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل $B(-1;4;0)$ ويعامد كلا من (P_1) و (P_2) ثم استنتج تقاطع المستويات الثلاثة (P_1)، (P_2) و (Q).

4) لتكن $E(2;3;-1)$ و $H(0;3;-2)$ نقطتان من الفضاء.

أ) تحقّق أنّ H هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P_1).

ب) حدّد طبيعة المثلث EBH ثم احسب V حجم رباعي الوجوه $AEBH$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\left(\overline{z}-4+i\right)\left(z^2-4z+5\right)=0$ (يرمز $\overline{z}$ لمرافق العدد z)

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=2+i$ ، $z_B=4+i$ و $z_C=\overline{z}_A$.

1) تحقق أنّ $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا.

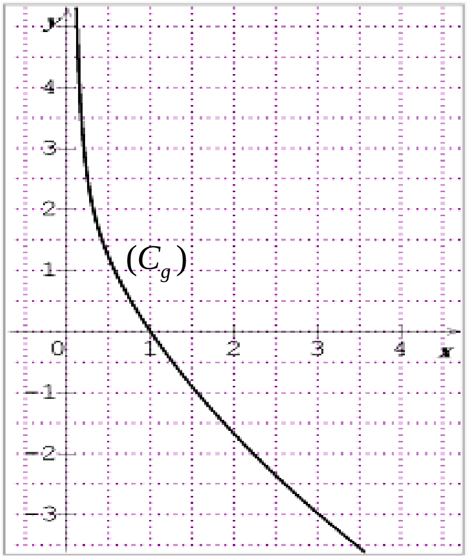
2) D نقطة من المستوي لاحقتها z_D حيث: $\begin{cases} |z_D - z_A| = |z_B - z_A| \\ Arg\left(\dfrac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$

بيّن أن المثلث ABD متقايس الأضلاع و احسب z_D.

3) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABD ثم عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول G إلى D.

4) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z (M تختلف عن C) بحيث: $Arg\left(\dfrac{z_G - z}{z_C - z}\right) = \pi + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I- g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$g(x) = \dfrac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها

كما هو مبيّن في الشكل المقابل:

– احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$

بـ: $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ $y = \left(\dfrac{e^2}{e-1}\right)x - \dfrac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ(T) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f).

4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ حلّين متمايزين.

III- n عدد طبيعي حيث $n > 1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = n$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$: $I_n = \ln(1 + n\ln n)$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n).

انتهى الموضوع الثاني

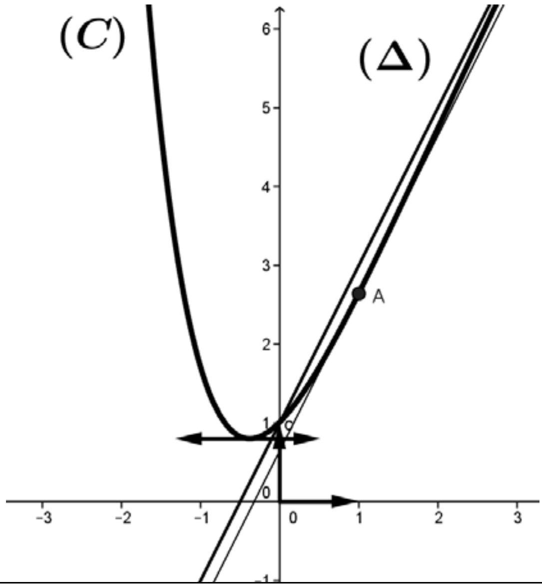
<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>02</td><td>01
0.5
0.5</td><td><u>التمرين الأول</u>: (04 نقاط)
1) أ) البرهان بالتراجع...
ب) إثبات أن : (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$
من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{-(u_n+2)^2}{u_n+5}$ ....
- (u_n)متقاربة ....</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.5
0.25</td><td>2) إثبات أن (v_n)متتالية حسابية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{3}$
ـ حدها الأول $v_0=\frac{1}{3}$ ....</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.25
0.25</td><td>3) - من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}n$ ....
- من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{1}{v_n}-2$ ومنه $u_n=\frac{-2n+1}{n+1}$ ....
ـ حساب النهاية ....</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>0.25</td><td>4) إثبات أن :من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0v_0+u_1v_1+....+u_nv_n$
من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{u_n+2}$ معناه $u_nv_n=1-2v_n$ ....
$S_n=(1-2v_0)+(1-2v_1)+....+(1-2v_n)$ ....
$S_n=\frac{1}{3}(1-n^2)$</td></tr>
<tr><td>03</td><td>0.75×2
0.5×3</td><td><u>التمرين الثاني</u> : (04 نقاط)
1) أ) $P(A)=\frac{3}{10}$ ، $P(B)=\frac{7}{60}$.
ب) $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ و $P_A(B)=\frac{1}{6}$ و $P(A\cup B)=\frac{11}{30}$</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
(2	0.75	01

X_i	0	1	2	3
$P(X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
– الأمل الرياضياتي $E(X)=\frac{3}{2}$	0.25	
التمرين الثالث : (05 نقاط)		
(1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-\sqrt{3}\,z+1=0$ $\Delta=-1=i^2$ و $Z_1=\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ و $Z_2=\frac{\sqrt{3}+i}{2}$	0.5×3	1.5
(2 – الشكل الاسي: $Z_A=e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $Z_B=e^{i\frac{\pi}{6}}$ – $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{6}}$ ومنه $n=12k+2; k\in\mathbb{N}$	2×0.5 0.25×2	1.5
(3 أ) لدينا $\frac{z_B}{z_C}=\frac{e^{i\frac{\pi}{6}}}{e^{i\left(\frac{-\pi}{6}\right)}}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $\frac{z_B-z_0}{z_C-z_0}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه المثلث OBC متقايس الاضلاع .... ب) $z_B=e^{i\frac{\pi}{3}}z_C$ ومنه B هي صورة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.	0.5 0.5 0.5	1.5
(4 تعيين مجموعة النقط : $\lvert Z\rvert=\left\lvert \overline{Z}-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right\rvert$ تكافئ $\lvert Z\rvert=\lvert \overline{Z}-Z_B\rvert$ تكافئ $\lvert Z\rvert=\lvert \overline{Z-Z_C}\rvert$ أي $\lvert Z\rvert=\lvert Z-Z_C\rvert$ ومعناها $OM=CM$ و (γ) هي محور القطعة المستقيمة $[OC]$ .... بما أن: $r(O)=O$ و $r(C)=B$ فإن صورة (γ) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$	0.25 0.25	0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I. $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$ أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=2$ ب) دراسة اتجاه تغير الدالة g. الدالة g تقبل الإشتقاق على $\mathbb{R}$، $g'(x)=(2-x)e^{-x}$ .... الدال g متزايدة تماما على $]-\infty;2]$ ومتناقصة تماما على $[2;+\infty[$ .... ـ جدول تغيرات g	0.25×2 0.25 0.5 0.25	1.5
جـ) g دالة مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;2]$ مغيرة إشارتها فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $]-\infty;2]$ حلا وحيدا α و $g(-0.38)=-0.017$ ؛ $g(-0.37)=0.016$ $g(-0.38)\times g(-0.37)<0$ إذن $-0.38<\alpha<-0.37$ ـ استنتاج إشارة $g(x)$	0.5 0.5	01
II. 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))=0$ نستنتج أن $(\Delta): y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ جـ) دراسة الوضع النسبي:	0.25×2 0.25×2 0.25	1.25
2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=g(x)$ .... ـ f متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ و f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ـ جدول التغيرات..	0.5 0.5 0.25	1.25
3) معادلة المماس $(T): y=2x+1-e^{-1}$	0.5	0.5

0.75	0.75	4) رسم المماس و المنحنى 
0.25	0.25	$f(x)=2x+m$ (5 لما $m\in\left]-\infty;1-\frac{1}{e}\right[$ المعادلة لا تقبل حلول لما $m=1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف لما $m\in\left]1-\frac{1}{e};1\right[$ المعادلة تقبل حلين موجبين تماما لما $m=1$ المعادلة تقبل حل واحد معدوم لما $m\in\left]1;+\infty\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما
0.5	0.25 0.25	6) أ) F الدالة الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 للمتغير $F(x)=\int_1^x te^{-t}dt=(-1-x)e^{-x}+2e^{-1}$ ب) $A=\int_1^3\left((2x-1)-f(x)\right)dx=2e^{-1}-4e^{-3}\,ua$

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3"><u>التمرين الأول:</u> (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) حساب u_1 ، u_2 و u_3: $u_1=\ln 3$ ، $u_2=\ln 5$ و $u_3=\ln 7$</td><td>0.5×3</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) نبين أن $\frac{2n+3}{2n+1}>1$: بما أن $2n+3>2n+1$ فإن $\frac{2n+3}{2n+1}>1$
ـ اتجاه تغير المتتالية (u_n): $u_{n+1}-u_n=\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ بما أن $\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)>0$ فإن
(u_n)متزايدة تماما</td><td>0.25</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>3) أ) نبين أن $e^{u_n}=v_n$:
لدينا $v_0=1$ و $e^{u_0}=1$ و منه الخاصية محققة من أجل $n=0$
نفرض $e^{u_n}=v_n$ و نبين أن $e^{u_{n+1}}=v_{n+1}$:
لدينا: $e^{u_{n+1}}=e^{u_n+\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)}=2n+3=v_{n+1}$
ب) استنتاج عبارة u_n : $u_n=\ln v_n=\ln(2n+1)$
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$</td><td>0.5×2

0.25
0.5</td><td>1.75</td></tr>
<tr><td>4) حساب المجموعين:
$S_n=\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)+\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)+\ldots+\ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)=\ln v_n-\ln v_0=\ln\left(\frac{v_n}{v_0}\right)=\ln v_n=u_n$
$T=e^{u_{1439}}+e^{u_{1440}}+\ldots+e^{u_{2018}}=v_{1439}+v_{1440}+\ldots+v_{2018}$
$=\frac{2018-1439+1}{2}\left[2(1439+2018)+2\right]=2005640$</td><td>0.25

0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>التمرين الثاني:</u> (03 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): $(\Delta):\begin{cases}x=t+1\\y=5t-2\\z=-2t+1\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$</td><td>+0.5
0.75</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td>2) التحقق أن المستويين (P_1)، (P_2) يتقاطعان .
ـ التقاطع وفق المستقيم (Δ)</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) معادلة ديكارتية للمستوي (Q): $(Q):x+5y-2z-19=0$</td><td>0.25</td><td>0.5</td></tr>
</table>

	0.25	$(P_1)\cap(P_2)\cap(Q)=(\Delta)\cap(Q)$ بالتعويض نجد نقطة التقاطع $E(2;3;-1)$
0.75	0.25	4) أ) التحقق أن النقطة H هي المسقط العمودي
	0.25	ب) طبيعة المثلث EBH : المثلث قائم في H
	0.25	حجم رباعي الوجوه $ABEH$: $V_{ABEH}=\frac{1}{3}S_{EBH}\times d\left[A,(Q)\right]=5\ uv$ (مساحة المثلث EBH : $S_{EBH}=\frac{1}{2}EH\times HB=\frac{\sqrt{30}}{2}$)
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
01	0,25×4	I) مجموعة حلول المعادلة: $\left(\bar{z}-4+i\right)\left(z^2-4z+5\right)=0$ **هي** $S=\{4+i;2-i;2+i\}$
1.25	0,25×4	II) 1) التحقق أن: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$
	0.25	قيم العدد الطبيعي : $n=2k+1;k\in\mathbb{N}$
01	0.5	2) $\begin{cases}\lvert z_D-z_A\rvert=\lvert z_B-z_A\rvert\\ \arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})\end{cases}$ أي $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه ABD مثلث متقايس الاضلاع.
	0.5	$z_D=e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z_B-z_A\right)+z_A=3+\left(1+\sqrt{3}\right)i$
1.25	0.75	3) حساب z_G : $z_G=3+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
	0.5	ـ عناصر التشابه المباشر: نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{6}$
0.5	0.5	4) طبيعة مجموعة النقط : (Γ) هي القطعة $]CG[$

التمرين الرابع :(08 نقاط)		
ا- حساب $g(1)$ ـ استنتاج إشارة $g(x)$:	0.5 01	1.5
II- **1)** حساب النهاية: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ و تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ التفسير البياني: $x=0$ و $y=0$ معادلتي المستقيمين المقاربين لـ (C_f)	0.75 0.5 0.5	1.75
2) أ- تبيان أنّ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$ ب- f متناقصة تماما على $]1;+\infty[$ و متزايدة تماما على $]0;1]$ ـ جدول التغيرات	01 0.75 0.75	2.50
3) (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها e^{-1} معادلة المماس : $(T)\ :\ y = \dfrac{e^2}{e-1}x - \dfrac{e}{e-1}$ ـ رسم المماس و المنحنى	0.25 0.25 0.75	1.25
4) المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ تكافئ $f(x) = \dfrac{e^2}{e-1}x - \dfrac{e}{e-1}m$ و منه المعادلة تقبل حلين متمايزين من أجل $m>1$	0.25 0.25	0.5
III- **1)** $I_n = \int_1^n f(x)dx = \left[\ln(1+x\ln x)\right]_1^n = \ln(1+n\ln n)$	0.25	0.25
2) اتجاه تغير المتتالية (I_n) $I_{n+1} - I_n = \ln\left(\dfrac{1+(n+1)\ln(n+1)}{1+n\ln n}\right)$ و منه (I_n) متزايدة تماما (لأنّ $(\ln(1+(n+1)\ln(n+1)) > \ln(1+n\ln n))$ أو $I_{n+1} - I_n = \int_n^{n+1} f(x)dx > 0$	0.25	0.25