

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 2023/2024

المدة: 3 ساعات

متقن حاسي القارة

المستوى: الثالثة تقني رياضي

التمرين الأول (03 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات الثلاثة مع التبرير:

1) حل المعادلة التفاضلية $y' = 3y + 9$ مع $y(0) = -\frac{4627}{2024}$ التي تتحقق على الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

$$h(x) = \frac{4627e^{3x}}{2024} + 3 \quad (\text{ج})$$
$$h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} - 3 \quad (\text{ب})$$
$$h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} + 3 \quad (\text{أ})$$

2) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[2; 3]$ هي :

$$m = \ln 3 \quad (\text{ج})$$
$$m = -3 \quad (\text{ب})$$
$$m = \frac{6}{\ln 3} \quad (\text{أ})$$

3) عدد طبيعي ، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^6$ كتابته في النظام العشري هي :

$$1439 \quad (\text{ج})$$
$$2024 \quad (\text{ب})$$
$$1962 \quad (\text{أ})$$

التمرين الثاني (05 نقاط)

$$\begin{cases} U_0 = e \\ U_{n+1} = \frac{1}{e} \cdot u_n + \frac{1-e}{e} \end{cases}$$

(U_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي:

أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n > -1$ ، $u_n < 1$.
ب-برهن أن (U_n) متناقصة تماما. هل هي متقاربة؟

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي:

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{1}{e}$ و عين حدتها الأول.

ب) أكتب V_n بدلالة n . ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) أحسب بدلالة n المجموعين :

$$S'_n = v_0 + e \cdot v_1 + e^2 \cdot v_2 + \dots + e^n v_n \quad \text{و} \quad S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

التمرين الثالث (04 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين x و y حيث : $3x - 21y = 78 \dots \dots \dots (E)$

1. بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في \mathbb{Z}^2 .
2. أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(y; x)$ حل لمعادلة (E) فإن : $x \equiv 5[7]$.
3. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الأقلية للعدد 5^n على 7
4. عين الثنائيات $(x; y)$ من \mathbb{N}^2 حلول المعادلة (E) والتي تحقق $[7]5^x + 5^y \equiv 3$

التمرين الرابع (08 نقاط)

$f(x) = -x - 1 + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ كمالي : I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-\infty, +\infty) \setminus \{0\}$ ولتكن (C_f) المنحى الممثل للدالة f في معلم متعمد ومتجانس. $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. أتحقق أنه من أجل كل x من $[-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ ، أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $0 = f(x)$ تقبل حلين α و β حيث : $0 < \alpha < 0.35$ و $1.8 < \beta < 1.9$
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $1 - x - y = 0$ مستقيم مقارب مائل للمنحى (C_f) .
5. أدرس وضعية المنحى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحى (C_f) .
7. ل يكن m وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد واتسارة حلول المعادلة :

$$\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 + \ln m$$

8. أ- α عدد حقيقي بين أن الدالة : $x \rightarrow \ln(x+\alpha) - x$ هي دالة أصلية لدالة $x \rightarrow \ln(x+\alpha)$ على المجال $[-\alpha; +\infty)$
- ب- عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty)$. ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y = -3$ ، $x = 2$ ، $x = 1$ ، $y = 0$.