

## إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 2023/2024

المدة : 3 ساعات

متقن حاسي القارة

المستوى : الثالثة تقني رياضي

### التمرين الأول (03 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات الثلاثة مع التبرير :

(1) حل المعادلة التفاضلية  $y' = 3y + 9$  التي تحقق  $y(0) = -\frac{4627}{2024}$  هو الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

(أ)  $h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} + 3$  (ب)  $h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} - 3$  (ج)  $h(x) = \frac{4627e^{3x}}{2024} + 3$

(2) القيمة المتوسطة للدالة  $f$  على المجال  $[2; 3]$  :  $f(x) = 3^{x-1}$  هي :

(أ)  $m = \frac{6}{\ln 3}$  (ب)  $m = -3$  (ج)  $m = \ln 3$

(3)  $N$  عدد طبيعي , يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل  $N = \overline{01355}_6$  كتابته في النظام العشري هي :

(أ) 1962 (ب) 2024 (ج) 1439

### التمرين الثاني (05 نقاط)

( $U_n$ ) متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:

$$\begin{cases} U_0 = e \\ U_{n+1} = \frac{1}{e} \cdot u_n + \frac{1-e}{e} \end{cases}$$

(1) أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ,  $u_n > -1$  ,  
ب-برهن أن ( $U_n$ ) متناقصة تماما. هل هي متقاربة ؟

(2) لتكن ( $V_n$ ) متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:  $V_n = u_n + 1$

(أ) أثبت أن المتتالية ( $V_n$ ) هندسية اساسها  $\frac{1}{e}$  و عين حدها الأول.

(ب) أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  . ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(ج) أحسب بدلالة  $n$  المجموعين :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \text{ و } S'_n = v_0 + e \cdot v_1 + e^2 \cdot v_2 + \dots + e^n v_n$$

### التمرين الثالث (04 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين  $x$  و  $y$  حيث :  $(E) : 3x - 21y = 78$ .....

1. بين أن المعادلة  $(E)$  تقبل حولا في  $\mathbb{Z}^2$ .
2. أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية  $(x; y)$  حلا لمعادلة  $(E)$  فإن :  $x \equiv 5[7]$ .  
ب- استنتج حلول المعادلة  $(E)$
3. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  , بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $5^n$  على 7
4. عين الثنائيات  $(x; y)$  من  $\mathbb{N}^2$  حلول المعادلة  $(E)$  والتي تحقق  $5^x + 5^y \equiv 3[7]$ .

### التمرين الرابع (08 ن)

$(I)$  نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = -x - 1 + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ .  
وليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس.  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. أ- تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{-x^2 - x - 1}{x(x+1)}$ .  
ب- أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0 < \alpha < 0.35$  و  $-1.9 < \beta < -1.8$ .
4. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .
5. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .
6. أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
7. ليكن  $m$  وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 + \ln m$$

8. أ-  $\alpha$  عدد حقيقي بين أن الدالة :  $x \rightarrow (x+\alpha) \ln(x+\alpha) - x$  هي دالة أصلية لدالة  $x \rightarrow \ln(x+\alpha)$  على المجال  $]-\alpha; +\infty[$ .  
ب- عين الدالة الأصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  . ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها :  $x = 1$  ,  $x = 2$  ,  $y = -3$ .