



وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة الأولى
مارس 2024

مديرية التربية لولاية ادرار
الشعبة : 3 تقني رياضي

المدة : ثلاث ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات التالية عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإجابات (أ) ، (ب) و (ج) مع التعليل:
1) مجموعة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ، $\ln(1-x) = 3$ هي :

(أ) $S = \{-1, \ln 2\}$ (ب) $S = \{e^3 - 1\}$ (ج) $S = \{1 - e^3\}$

2) f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 3x^2 - 2x$ القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[-1; 2]$ هي :

(أ) $m = 6$ (ب) $m = 2$ (ج) $m = \frac{4}{3}$

3) f دالة معرفة على المجال $[0; 3]$ و من أجل $x \in [0; 3]$: $x^2 - 1 \leq f(x) \leq x^2$

ليكن التكامل : $A = \int_0^3 f(x) dx$ (أ) $6 \leq A \leq 9$ (ب) $-9 \leq A \leq 6$ (ج) $3 \leq A \leq 9$

4) النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$ تساوي (أ) $-\infty$ (ب) 0 (ج) 1

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 بحيث : $u_0 = 12$

و من اجل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

1) (أ) أنشئ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المنحنى (D) الممثل للدالة f المعرفة

على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x$.

(ب) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 موضحا خطوط الإنشاء .

(ج) ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

2) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 \leq u_n \leq 12$.

(ب) تحقق أن (u_n) متناقصة. ثم برر صحة تخمينك حول تقاربها.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$.

(أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

(ب) اكتب عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ثم الجداء : $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة الآتية : $(E) \quad 11x - 5y = 2$

1) (أ) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من \mathbb{Z}^2 حلا للمعادلة فإن $y \equiv 4[11]$.

(ب) استنتج حلول المعادلة (E)

(2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

(ا) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

(ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a; b) = 2$.

(ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددين a و b أوليين فيما بينهما

(3) (ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10 .

(ب) استنتج رقم آحاد العدد 7^{2024} .

(ج) عين الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق $7^{y-2x} \equiv 9 [10]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

(1) جد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الطول $2cm$.

(1) (ا) أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. ثم فسر هندسيا النتيجة الثانية .

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ) .

(2) (ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(ج) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$.

(4) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) و المنحني (C) .

(5) أحسب بالسنتيمتر المربع قيمة المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 1 \text{ و } x = e \text{ و } y = x + \frac{1}{2}$$