



التمرين الأول 7.5 نقطة.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على ما يلي :

(1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية : $y'' = 8e^{2x+1}$ و الذي يحقق : $y(0) = 2e + 1445$ و $y(1) = 2e^3 + 3469$

هي الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2e^{2x+1} + 2024x^2 + 1445$.

(2) القيمة المتوسطة للدالة : $x \mapsto (x+1)e^{2x}$ على المجال : $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ هي : $\frac{2e-1}{2}$.

(3) إذا كان z حلا في \square للمعادلة : $2z + i\bar{z} - i - 2 = 0$ فإن : $z\bar{z} = 2$.

(4) العدد المركب $(1-i)^{2024}$ حقيقي.

(5) A , C و G ثلاث نقط من المستوي المركب $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لواحقتها على الترتيب : $z_A = 3i$, $z_C = 3$ و $z_G = -1+i$.

لاحقة النقطة B حتى تكون النقطة G مرجح للجملة المثلثة : $\{(A;2), (B;3), (C;-2)\}$. تحقق : $z_B^2 = 2$.

التمرين الثاني 6.5 نقاط:

I. يحتوي صندوق U على " 4 كريات حمراء مرقمة بـ : 0 , 1 , 2 , 2 " و " 3 كريات سوداء مرقمة

بـ : 0 , 1 , 1 " و " كرتين بيضاويتين مرقمتين بـ 2 , 2 ". جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس. نسحب

عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق . نعتبر الحوادث التالية :

A " الحصول على كرتين من نفس اللون " B " كرية واحدة فقط حمراء تحمل رقما زوجيا " .

C " كرية واحدة على الأقل بيضاء " .

(1) بين أن : $P(A) = \frac{5}{18}$ و أن : $P(B) = P(C)$.

(2) أحسب $P(C \cap B)$ ثم استنتج كل من $P(C \cup B)$ و $P_B(C)$. هل الحادثين C و B مستقلين ؟ .

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين .

1) برر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0;1;2;4\}$ ثم عرف قانون الاحتمال واحسب أمله الرياضي $E(x)$

2) استنتج $E(1445X + 2024)$.

التمرين الثالث 6 نقاط:

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ:
$$\begin{cases} u_{n+1} = (u_n + 2)e^{-1} - 2 \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

I. احسب : u_1, u_2 و u_3 .

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 2 + u_n > 0$.

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة .

II. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = (u_n + 2)e^{2n}$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها e يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

2. أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

3. احسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

4. نضع : $P_n = (u_0 + 2) \times (u_1 + 2)e \times \dots \times (u_n + 2)e^n$

أ) بين أن : $P_n = 2^{n+1}$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : $P_n = 2024 + 12v_0$.