الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الرحمان كرزازي — السنة الدراسية 2024/2023

المستوى الثالثة علوم تجريبية — المدة : ثلاث ساعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي : $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<4$

ب) ادرس اتجاه تغير (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة .

ت) عين نهاية المتتالية (u_n)

2. المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_{n+1}-u_n=e^{v_n}$

أ) بين أن (v_n) متتاليه حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .

3. أ) أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=4-\frac{1}{4^{n-1}}$

ب) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S_n' حيث : $S_n=e^{v_0}+e^{v_1}+e^{v_2}+...+e^{v_n}$

$S_n'=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات سوداء مرقمة بـ $(-1,1,0,0,0)$ و أربع كريات بيضاء مرقمة بـ $(-1,1,1,1)$ و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ$(-1,1,0)$ كل الكريات متماثلة لا نميز بينها باللمس

نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون "

B " سحب ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

C " سحب ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى"

2) بين أن $P(A\cap C)=\frac{1}{55}$ ثم استنتج $P(A\cup C)$

3) علما أن الكريات المسحوبة مختلفة الأرقام مثنى مثنى ماحتمال أن تكون من نفس اللون .

4) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بجداء الأرقام المسجلة على الكريات الثلاث المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X

ت) احسب امله الرياضياتي $E(\mathrm{X})$

ث) احسب $P(\mathrm{X}^2=1)$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط** . عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل :

1. (u_n) و (v_n) المتتاليتين المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n - 5$ و $v_n = 2^{u_n}$:

أ) (v_n) متتالية حسابية ، ب) (v_n) متتالية هندسية ، ج) (v_n) متتالية لا هندسية و لا حسابية

2. نسحب عشوائيا ثلاث كريات بالتتابع دون ارجاع من كيس به سبع كريات حمراء و ثلاث كريات بيضاء و كرة سوداء

- احتمال سحب كريتين حمراوتين على الأكثر هو

أ) $\frac{91}{165}$ ، ب) $\frac{7}{55}$ ، ج) $\frac{26}{33}$

3. القيمة المتوسطة لدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = (2x+1)\ln x$ على المجال $[e;e^2]$ هي :

أ) $m = \frac{e^4 - e^2}{2(e^2 - e)}$ ، ب) $m = \frac{2e^3 + e}{2(e^2 - e)}$ ، ج) $m = \frac{3e^3 + e}{2(e-1)}$

4. حلول المعادلة التفاضلية $x^2 y' = 2x^2 e^{2x} + 1$ على المجال $]0;+\infty[$ هي :

أ) $f(x) = e^{2x} + \frac{1}{x} + c$ ، ب) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \ln x + c$ ، ج) $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x} + c$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - e + e\ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}54 < \alpha < 1{,}55$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \left(\frac{x-e}{x}\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .
2. أ . أثبت أنه من أجل كل من x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

   ب . استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق.

   أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - \ln x]$ ، فسر النتيجة هندسيا .

   ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ)
4. عين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$.
5. أرسم (Γ) و (C_f) ناخذ $f(\alpha) \simeq -0{,}3$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x\ln x - \frac{e}{2}(\ln x)^2 - x$

1. بين أن الدالة h هي دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$
2. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$