ثانوية بن ضيف الحفناوي– الجلفة السنة الدراسية: 2024/2025

القسم: 3 رياضيات المـدة: 03 ساعــة

اختبار الفصل الثاني في مادة: الرياضيات

التمرين الأول :

يحتوي كيس على 4 كريات تحمل الرقم 1 وكريتين تحملان الرقم 2 لا نفرق بينها عند اللمس

نسحب وبدون إرجاع 3 كريات على التوالي من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحادثة A : الحصول على ثلاث كريات مجموع ارقامها يساوي 4.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كريات مجموع أرقام هذه الكريات.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X وأحسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثاني :

I / (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left(u_n^2-u_n+\frac{1}{2}\right)}$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left(u_n-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{8}}$

2) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$

3) أدرس رتابة المتتالية (u_n).هل هي متقاربة؟

II) لتكن (v_n) متتالية المعرفة على كما يلي: $v_n=u_n^2-u_n$

1) بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول

2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{x\to\infty}u_n$

3) أحسب S_n بدلالة n المجموع حيث: $S_n=\left(u_0-u_0^2\right)+\left(u_1-u_1^2+1\right)+\left(u_2-u_2^2+2\right)+\ldots+\left(u_n-u_n^2+n\right)$

التمرين الثالث :

1. a و b عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل $a=\overline{201}$ و $b=\overline{100}$

أكتب العددين a و b في النظام العشري.

2. x ، y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $ax-by=3$

أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 0[3]$

ب) استنتج حلا خاصا $(x_0;y_0)$ حيث $0\leq x_0\prec 5$ ثم حل المعادلة (E) .

3. نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x;y)$ حل للمعادلة (E) .

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) بين ان $p\gcd(x,y)=pcgd(y,3)$.

جـ) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $\frac{y}{x}$ كسرا قابلا للاختزال.

التمرين الرابع :

الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-e+\ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+e+\ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

ب / احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y=x-e$

و $y=-x+\ln 2+e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج/ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $x=\frac{1}{2}\ln 2+e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (D) ، (D') و (C_f)

4) نضع: $I=\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e}\left[f(x)-(x-e)\right]dx$ ، $I_n=\int_0^1 \ln\left(1+X^n\right)dx$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1.

ب/ بين أن: $0\le I_n\le \ln 2$

ج/ عين اتجـاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

5) بين أن من أجل كل $x\in\left]0;+\infty\right[$ لدينا : $\ln(1+x)\le x$ ،

أ/ استنتج أن $0\le I+I_1\le -1+\ln 4+\int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\,dx$

ب/ أعط حصرا للعدد $I+I_1$