



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث $63x + 5y = 159 \dots (E)$.

(1) تحقق أن العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حولا.

(2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

(3) λ عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $\lambda + 2$ في النظام العشري.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1438^{2017}$ القسمة على 5، حيث $(x; y)$ حلول

المعادلة (E) و x عدد طبيعي .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = t + 1 \\ z = -t + 1 \end{cases} : (t \in \mathbb{R})$$

نعتبر النقطة $A(-\frac{2}{3}; 2; 0)$ والمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيط الآتي

(1) أ) تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى (Δ) ثم اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل A ويحوي (Δ) .

ب) بين أن $3x + y - z = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (Q) الذي يشمل A ويعامد (Δ) .

(2) لتكن (P_m) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث $m x - (m-2)y + 2(m+1)z - m - 4 = 0$

و m وسيط حقيقي.

برهن أن: من أجل كل عدد حقيقي m ، (P_m) مستو، ثم بين أن كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق (Δ) .

(3) أ) تحقق أن المستوي (P) هو المستوي (P_0) ثم عين قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من أجلها (P_m)

و (P_0) متعامدين.



- ب) استنتج إحداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثلاث (P_0) ، (P_{-4}) و (Q) .
- 4) بين أن المثلث AOH قائم ثم جد إحداثيات النقط M من المستقيم (Δ) حتى يكون حجم رباعي الوجوه $MAOH$ يساوي $\frac{11}{9}cm^3$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $2z^2 - 10z + \frac{29}{2} = 0$.
- II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- نعتبر النقط A, B, C, D التي لاحقاتها $z_A = \frac{3}{2} + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = \frac{3}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C = -\bar{z}_A$ و $z_D = i$.
- 1) أ) اكتب العددين z_A و z_B على الشكل الجبري ثم عِلِّم النقط A, B, C, D في المعلم السابق.
- ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- 2) جد لاحقة النقط E نظيرة B بالنسبة إلى D ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCE$.
- 3) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B ويحول A إلى D ثم حدّد نسبته وزاويته.
- 4) نعرّف متتالية النقط $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ كما يلي : $A_0 = A$ و $A_{n+1} = S(A_n)$ (z_n هي لاحقة A_n)
- أ) برهن بالتراجع أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n - z_B = 5 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{n+1} e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$.
- ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AB) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$.
- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x} \right)$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.
- 1) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .
- 2) أ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.



ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
ج) شغل جدول تغيّرات الدالة f .

(3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) أ) أثبت أنّه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكلٍ منهما.

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها α و β

حيث $2 < \alpha < 2,1$ و $-0,5 < \beta < -0,4$.

(5) ارسم المماسين والمستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

(6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلاً وحيداً.

(7) نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها

$$x+2y=e \text{ و } x=1, x=\alpha$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{2} (\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2 \text{ :تحقق أن:}$$



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على صفتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ ، نعتبر النقط: $A(2; 6; 4)$ ، $B(3; 6; 2)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2\alpha - 12\beta \\ y = 3 + 3\alpha + 10\beta \\ z = 1 + \alpha - 6\beta \end{cases} : (\alpha \in \mathbb{R}; \beta \in \mathbb{R})$$
 والمستوي $C(0; 3; 3)$ والمعروف بالتمثيل الوسيطى و

(1) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

(2) تحقق أن $6x - 5y + 3z + 6 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) واكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

(3) ليكن (Q) المستوي ذو المعادلة: $2x + 3y + z - 12 = 0$.

بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان، ثم عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) مستقيم تقاطعهما.

(4) لتكن M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(2t - 1; -\frac{5}{3}t + \frac{14}{3}; t)$ حيث t عدد حقيقي يختلف عن 1.

عين (Γ) مجموعة النقط M حتى يكون حجم رباعي الوجوه $MABC$ أصغر من أو يساوي $\frac{35}{9}\text{cm}^3$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $z^2 - 2(1 - \sin \alpha)z + 2(1 - \sin \alpha) = 0 \dots (E)$

حيث α عدد حقيقي. (نرمز بـ z_1 و z_2 إلى حلّي المعادلة (E))

(1) عين الحلين z_1 و z_2 بدلالة α .

(2) نضع $\alpha = \frac{\pi}{6}$. بين أن: $z_1^{2017} + z_2^{2017} = 1$.

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحتقاتها $z_A = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = 2z_A$.

(1) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

(2) ليكن S التحويل التقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث $z' = (1 + z_A)z + 2z_B$.

- عين طبيعة التحويل S ثم حدّد عناصره المميّزة.

(3) (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $\arg(\bar{z} - z_B) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ و $k \in \mathbb{Z}$.

- تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم حدّد طبيعة (Γ) وأنشئها.



التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول u_0 حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 4u_n + 1$ ،

$$(1) \text{ أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ ، } u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1) .$$

ب) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n العددين الطبيعيين u_n و u_{n+1} أوليين فيما بينهما.

$$(2) \text{ لتكن المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ ، } v_n = u_n + \frac{1}{3} .$$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

ب) عبّر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{3n}$

(3) عيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد A_n المعرّف بـ : $A_n = 9S_n - 6n - 3^{6n+4}$ ، القسمة على 7 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$.

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني .

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) .$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أنّ المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C) .

II) ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1) e^{-x}$.

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(1) أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثيهما.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

(3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$.

أثبت أنّه عندما m يسمح $\mathbb{R}$ فإنّ M_m تنتمي إلى منحن يطلب تعيين معادلة له.

(4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m) .

(5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين

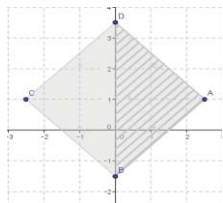
(C) و (C_3) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \alpha$ ، ثم احسب : $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني

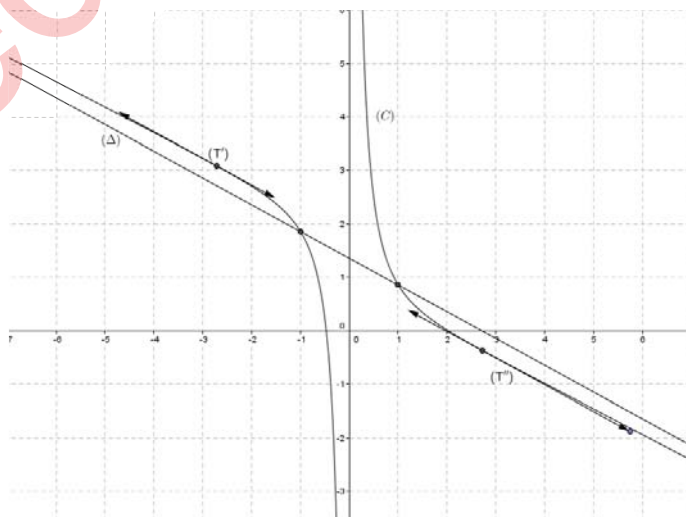
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)		
0.50	0.25	(1) التحقق أن العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما.
	0.25	تبيين أن المعادلة (E) تقبل حولا.
01.25	0.50	(2) البرهان أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$
	0.75	استنتاج حلول المعادلة (E). حلول المعادلة (E) هي $S_{(E)} = \{(5k+3; -63k-6) / k \in \mathbb{Z}\}$
01	0.25	(3) إيجاد العددين الطبيعيين α و β : $0 \leq \beta < 5$ و $0 \leq \alpha < 7$ مع $630\beta + 50(-\alpha) = 1590$ يكافئ $a = 5\alpha 0 \alpha^7 = \beta 10 \beta 0^5$
	0.50	تكافئ $63\beta + 5(-\alpha) = 159$ مع $0 \leq \beta < 5$ و $0 \leq \alpha < 7$ بالتالي نجد $\alpha = 6$ و $\beta = 3$
	0.25	كتابة العدد $\lambda + 2$ في النظام العشري: $\lambda + 2 = 2017$
01.25	0.75	(4) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5. $3^{4p} \equiv 1[5], 3^{4p+1} \equiv 3[5], 3^{4p+2} \equiv 4[5], 3^{4p+3} \equiv 2[5], p \in \mathbb{N}$
	0.50	ب) قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1438^{2017}$ القسمة على 5 : $3^{x-y} + 4n + 1438^{2017} \equiv 0[5]$ تكافئ $3 + 4n + 3 \equiv 0[5]$ أي : $n = 5k' + 1, k' \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.25	(1) أ) التحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى (Δ) .
	0.50	كتابة تمثيل وسيطي للمستوي (P) الذي يشمل A ويحوي (Δ) . $\begin{cases} x = -\frac{2}{3} + 3\alpha - \frac{2}{3}\beta \\ y = 2 + \alpha + \beta \\ z = -\alpha - \beta \end{cases}, (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$
	0.25	ب) بيان أن $3x + y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و يعامد (Δ) .
	0.25	(2) برهان أن: من أجل كل عدد حقيقي m ، (P_m) مستو بما أن المعادلة الديكارتية من الشكل $ax + by + cz + d = 0$ و لا توجد قيمة لـ m تحقق $(m; -m+2; 2m+2) = (0; 0; 0)$ فإن من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، (P_m) مستو.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
0.75	0.50	تبيين أن كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق (Δ) . لدينا: $m(x-y+2z-1)+(2y+2z-4)=0$ تكافئ $mx-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$ من أجل كل m من $\mathbb{R}$: $mx-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$ تعني : $\begin{cases} x-y+2z-1=0 \\ 2y+2z-4=0 \end{cases}$ إذن جميع المستويات تتقاطع وفق مستقيم ثم نتحقق أنه (Δ) .
01	0.25	(3) أ) التَّحَقُّق أنَّ المستوي (P) هو المستوي (P_0) .
	0.25	تعيين قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من أجلها (P_m) و (P_0) متعامدين: (P_m) يعامد (P_0) من أجل $m=-4$
	0.50	ب) استنتاج إحداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثلاث (P_0) ، (P_{-4}) و (Q) . $(P_0) \cap (P_{-4}) \cap (Q) = (\Delta) \cap (Q) = \{H(0;1;1)\}$
01.25	0.25	(4) تبيين أن المثلث AOH قائم .
	0.25	إحداثيات النقط M من المستقيم (Δ) حتى يكون v حجم رباعي الوجوه $MAOH$ هو $\frac{11}{9} cm^3$.
	0.25	نجد: مساحة AOH تساوي $\frac{\sqrt{11}}{3} (ua)$ و $v = \frac{11}{9} t$
	0.50	بالتالي : $\frac{11}{9} t = \frac{11}{9}$ يكافئ : $t=1$ أو $t=-1$ $M(-3;0;2)$ و $M'(3;2;0)$.
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
0.50	0.50	(I) حل المعادلة : $2z^2 - 10z + \frac{29}{2} = 0$. $S = \left\{ \frac{5}{2} - i ; \frac{5}{2} + i \right\}$
01.75	0.50	(II) 1) أ) كتابة العددين z_A و z_B على الشكل الجبري : $z_A = \frac{5}{2} + i$ و $z_B = -\frac{3}{2} i$.
	0.50	تعليم النقط A, B, C و D . 
	0.25	ب) الكتابة على الشكل الآسي: $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$
	0.50	المثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين.

العلامة		عناصر الإجابة																
مجموع	مجزأة																	
0.50	0.25	(3) لاحقة النّقطَة E نظيرة B بالنسبة إلى $D: Z_D = \frac{7}{2}i$.																
	0.25	ABCD مربع .																
01	0.50	(3) العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B ويحوّل A إلى D هي : $z' - z_B = \frac{1}{2}(1+i)(z - z_B)$.																
	0.50	تحديد النسبة و الزاوية للتشابه S : $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{\pi}{4}$ زاوية له.																
01.25	0.75	(4) أ) البرهان بالتّراجع أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n - z_B = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1} e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$.																
	0.25	ب) النّقط A_n تنتمي إلى (AB) تكافئ $\arg(z_n - z_B) = \arg(z_0 - z_B)$																
	0.25	تكافئ $\frac{\pi}{4}(n+1) = \frac{\pi}{4} + k\pi / k \in \mathbb{Z}$ نجد : $n = 4k (k \in \mathbb{N})$																
التمرين الرابع:(07 نقاط)																		
0.75	0.25	(I) اتجاه تغيّر الدّالة g : الدالة المشتقة : $g'(x) = \frac{x-1}{x}$																
	0.25	الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0; 1]$ و متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$																
	0.25	إشارة g(x) : من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) \geq 3$ ، ان : $g(x) > 0$																
0.50	0.25	(II) 1) تبين أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$																
	0.25	اتجاه تغيّر الدّالة f : الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$																
01.75	0.25	(2) أ) من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x) = e$																
	0.25	تفسير النّتيجة بيانيا: المنحنى (C_f) يقبل النّقطَة $\Omega(0; \frac{e}{2})$ مركز تناظر له.																
	0.50	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$																
	0.50	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{-x \rightarrow 0^+} (e - f(-x)) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{-x \rightarrow +\infty} (e - f(-x)) = +\infty$																
	0.25	ج) جدول تغيّرات الدّالة f :																
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>$-\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>			x	$-\infty$	0	$+\infty$	f'(x)	-		-	f(x)	$+\infty$		$+\infty$			$-\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	0	$+\infty$															
f'(x)	-		-															
f(x)	$+\infty$		$+\infty$															
		$-\infty$	$-\infty$															

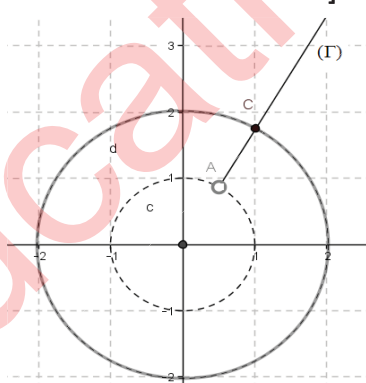
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
0.75	0.25	(I) تبين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) : $\lim_{ x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(-\frac{1}{2}x + \frac{e}{2} \right) \right] = 0$
	0.50	وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) : (C_f) فوق (Δ) من أجل $x \in]-\infty; -1[\cup]0; 1[$ (C_f) تحت (Δ) من أجل $x \in]-1; 0[\cup]1; +\infty[$ و متقاطعان في النقطتين $A_1\left(1; \frac{e-1}{2}\right)$ و $A_{-1}\left(-1; \frac{e+1}{2}\right)$
01.50	0.50	(4) إثبات أنه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $-\frac{1}{2}$ $f'(x) = -\frac{1}{2}$ تكافئ $g(x^2) = x^2$ إذن : $x_0 = e$ و $x_1 = -e$
	0.50	معادلة لكلٍ من المماسين : $(T_e): y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2} - \frac{1}{e}$ و $(T_{-e}): y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2} + \frac{1}{e}$
	0.50	(ب) تبين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث $2 < \alpha < 2,1$ و $-0,5 < \beta < -0,4$
0.75	0.25	(5) رسم : المماسين .
	0.25	رسم : المستقيم (Δ) .
	0.25	رسم : المنحنى (C_f) : 

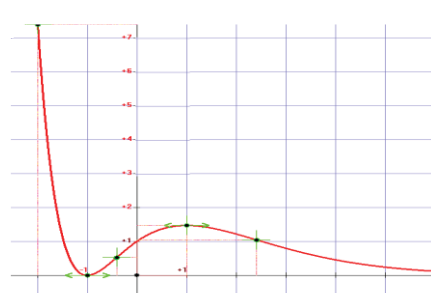
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
0.50	0.25	(6) تعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلاً وحيداً: $f(x) = -\frac{1}{2}x + m : \text{تكافئ } x(e-2m) = \ln(x^2)$ مجموعة قيم m هي : $\left[-\infty; \frac{e}{2} - \frac{1}{e}\right] \cup \left[\frac{e}{2} + \frac{1}{e}; +\infty\right]$
	0.25	
0.50	0.25	(7) حساب $A(\alpha) : A(\alpha) = \int_1^\alpha [y - f(x)] dx = \frac{1}{2} \int_1^\alpha \left[\frac{\ln(x)}{x} \right] dx$
	0.25	التحقق أن : $A(\alpha) = \frac{1}{2} (\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

الموضوع الثاني :

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04نقاط)		
01	0.25	(1) حساب الجداء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{AC} : \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$
	0.25 0.50	المثلث ABC قائم في A . مساحته : $S_{ABC} = \frac{\sqrt{70}}{2} u.v$
01	0.50	(2) التحقق أنّ : $6x - 5y + 3z + 6 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) .
	0.50	معادلة المستوي (P) : $x - 2z + 1 = 0$.
01	0.25	(3) تبين أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان .
	0.75	تعيين تمثيل وسيطي لـ (Δ) مستقيم تقاطعهما: $\begin{cases} x = 1 - 12\beta \\ y = 3 + 10\beta \\ z = 1 - 6\beta \end{cases} (\beta \in \mathbb{R})$
01	0.25 0.25	(4) تعيين (Γ) مجموعة النّقط M حتّى يكون حجم رباعي الوجوه $MABC$ أصغر من أو يساوي $\frac{35}{9} cm^3$ لدينا $V = \frac{1}{3} S_{(ABC)} \times d(M; (ABC)) = \frac{35 t-1 }{9} u.v$
		$t \in [0; 1[\cup]1; 2]$ معناه $V < \frac{35}{9} u.v$
	0.50	(Γ) القطعة المستقيمة المعرفة كما يلي : $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -\frac{5}{3}t + \frac{14}{3} \\ z = t \end{cases} (t \in [0; 2])$ باستثناء النقطة $K(1; 3; 1)$.
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
0.75	0.25 0.50	(I) 1) تعيين الحلّين z_1 و z_2 بدلالة α : $\Delta = -4\cos^2 \alpha = (2i \cos \alpha)^2$ الحلان هما: $1 - \sin \alpha + i \cos \alpha$ و $1 - \sin \alpha - i \cos \alpha$
	0.50	(2) تبين أنّ: $z_1^{2017} + z_2^{2017} = 1$.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01	0.25	(II) 1) تعيين قيم n بحيث يكون $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقيا موجبا تماما.
	0.25	لدينا : $(\frac{z_A}{z_B})^n = e^{i\frac{2n\pi}{3}}$
	0.50	إذن $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقي موجب تماما يعني : $\frac{2n\pi}{3} = 2k\pi$ k عدد طبيعي و بالتالي : $n = 3k$ حيث k عدد طبيعي
01	0.25x4	(2) طبيعة التحويل S و عناصره المميزة : S تشابه مباشر مركزه النقطة C ، نسبته $\sqrt{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ وزاوية له .
0.75	0.25	(3) التحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) :
	0.25	تحديد طبيعة (Γ) وإنشائها: (Γ) هي نصف المستقيم AC .
	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01.25	3x0.25	(1) أ) تبين أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$.
	0.50	ب) العددان الطبيعيان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما. (مبرهنة بيزو أو أي طريقة أخرى).
1.25	0.25 2x0.25	(2) أ) من أجل كل n طبيعي : $v_{n+1} = 4.v_n$ الأساس و الحد الأول : $q = 4$ ، $v_0 = \frac{1}{3}$
	0.50	ب) المجموع S_n : $S_n = \frac{1}{9}(4^{3n+1} - 1)$
0.75	0.75	(3) القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$: $PGCD(4^{n+1} - 1 ; 4^n - 1) = PGCD(3u_{n+1} ; 3u_n) = 3$

العلامة		عناصر الإجابة														
مجموع	مجزأة															
1.75	01	(4 أ) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 : $4^{3p} \equiv 1[7] , 4^{3p+1} \equiv 4[7] , 4^{3p+2} \equiv 2[7] / p \in \mathbb{N}$														
	0.75	(ب) قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد A_n القسمة على 7 : $A_n \equiv 0[7]$ تكافئ $n = 7k + 1, / k \in \mathbb{N}$														
التمرين الرابع: (07 نقاط)																
0.50	0.50	(I) 1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 , \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$														
0.75	0.25	(2) اتجاه تغير الدالة f : لدينا $f'(x) = (-x^2 + 1)e^{-x}$														
	0.25	الدالة f متناقصة تماما على المجالين: $[-\infty ; -1]$ و متزايدة تماما على المجال : $[-1 ; 1]$														
0.75	0.25	(3) جدول تغيرات الدالة f :														
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$\frac{4}{e}$</td><td>0</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$f(x)$	$+\infty$	0	$\frac{4}{e}$
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$												
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$												
$f(x)$	$+\infty$	0	$\frac{4}{e}$	0												
1.50	0.25	(4) المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف: لدينا $f''(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{-x}$														
	0.50	الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند كل من : $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ و $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ مغيرة إشارتها. أي للمنحنى (C) نقطتي انعطاف . $(1 - \sqrt{2}; (2 - \sqrt{2})^2 e^{\sqrt{2}-1}) , (1 + \sqrt{2}; (2 + \sqrt{2})^2 e^{-\sqrt{2}-1})$														
	0.25	$f(-2) = e^2$														
1.50	0.50	رسم المنحنى (C) :														
	0.50															
0.50	0.50	(II) 1 جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω : من أجل كل m من $\mathbb{R}$ $(x^2 + 1)e^{-x} - y + mx = 0$ ، تعني : $(x^2 + 1)e^{-x} - y = 0$ و $x = 0$ إذن : $\omega(0;1)$														
	0.25	(2) اتجاه تغير الدالة f_m :لدينا $f'_m(x) = (-x^2 + (2-m)x + m-1)e^{-x}$ إشارة $f'_m(x)$ من إشارة $-x^2 + (2-m)x + m-1$ المميز : $\Delta = m^2$														
	0.25															

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1.75	0.25	• إذا كان $m = 0$: الدالة f_m متناقصة تماما على $\mathbb{R}$. • إذا كان $m > 0$: الدالة f_m متناقصة تماما على المجالين $]-\infty ; 1-m]$ و $[1 ; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[1-m ; 1]$ • إذا كان $m < 0$: الدالة f_m متناقصة تماما على $]-\infty ; 1]$ و $[1-m ; +\infty[$ ومتزايدة تماما على $[1 ; 1-m]$
	0.25	قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين: $m \in \mathbb{R}^*$
	0.50	القيمتين الحديتين من أجل $m \in \mathbb{R}^*$: $f_m(1) = (2+m)e^{-1}$ و $f_m(1-m) = (-m+2)e^{m-1}$
	0.50	(3) عندما m يسمح $\mathbb{R}$ ، M_m تنتمي إلى منحن: لدينا $\begin{cases} x = 1-m \\ y = (2-m)e^{-1+m} \end{cases}$ أي $y = (1+x)e^{-x}$: بالتالي M_m : تنتمي إلى المنحني الذي $y = (1+x)e^{-x}$ معادلة له .
0.50	0.50	(4) الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m) : دراسة الوضع النسبي لـ (C) و (C_m) : $f_m(x) - f(x) = (m-2)xe^{-x}$: - الحالة الأولى : $m > 2$ (C_m) تحت (C) من أجل $x < 0$ و (C_m) فوق (C) من أجل $x > 0$. - الحالة الثانية : $m < 2$ (C_m) تحت (C) من أجل $x > 0$ و (C_m) فوق (C) من أجل $x < 0$. في الحالتين (C) و (C_m) يتقاطعان في النقطة ω .
01	0.50	(5) حساب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α المساحة $A(\alpha)$: باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد : $A(\alpha) = \int_0^\alpha [f_3(x) - f(x)] dx = \int_0^\alpha xe^{-x} dx = [(-x-1)e^{-x}]_0^\alpha$
	0.25	إذن : $A(\alpha) = (-\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1)$
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\alpha) = 1$