



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

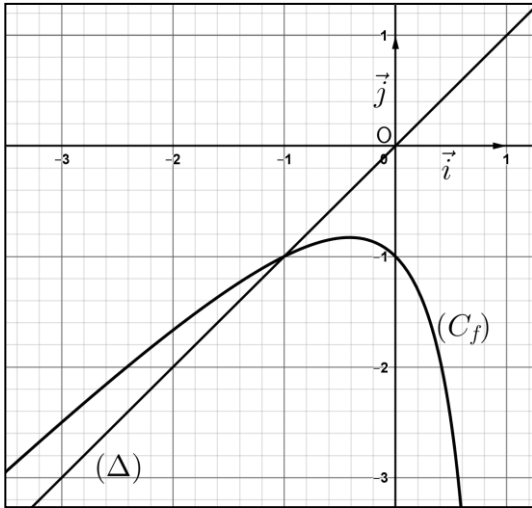
(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحددها الاول $u_0 = -3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) هو المستقيم ذو

المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل).



(1) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا

خطوط التمثيل، أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \leq u_n < -1$

(3) أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$

ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + 1 \geq -2 \left(\frac{3}{4} \right)^n$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) \leq 8 \left[\left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} - 1 \right]$

واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1;1;3)$ و $B(1;0;2)$.

(1) أ) بيّن أنّ النقط O ، A و B ليست في استقامية.

ب) تحقق أنّ $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

(2) لتكن (Δ) مجموعة النقط M من الفضاء التي إحداثياتها $(x;y;z)$ وتحقق المعادلة التالية:

$$(2x+2y+6z-11)^2 + (2x+4z-5)^2 = 0$$

- بيّن أنّ المجموعة (Δ) هي تقاطع المستويين المحوريين للقطعتين $[OA]$ و $[OB]$ ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمجموعة (Δ) .

(3) لتكن M نقطة كيفية من الفضاء

- برهن صحة التكافؤ التالي: $(M \in (\Delta))$ يكافئ $(OM = AM = BM)$ ثم استنتج إحداثيات النقطة Ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OAB .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، θ عدد حقيقي من المجال $]-\pi; \pi]$

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$(z^2 - 2z + 2)(z^2 - 2(\sin \theta)z + 1) = 0$$

II. A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب

$$z_D = \overline{z_C} \text{ و } z_C = \sin \theta + i \cos \theta \text{ ، } z_B = 1 - i \text{ ، } z_A = -\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}} \text{ (يرمز } \bar{z}_c \text{ الى مرافق } z_c \text{)}$$

(1) اكتب الأعداد z_D ، z_C ، z_B ، z_A على الشكل الأسّي.

(2) نقطة E من المستوي لاحقتها z_E حيث $z_E = \frac{z_A}{z_B}$.

- بيّن أن النقط C ، D و E تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

(3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A و زاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $(2\sqrt{2}-2)$.

- عيّن قيمة θ حتى تكون النقطة B صورة النقطة C بالتشابه المباشر S .

(4) نضع $\theta = \frac{-3\pi}{4}$. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد $(z_D)^n$ تخيليا صرفا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}; & x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad f \text{ الدالة العددية المعرفة على } [0;1[\cup]1;+\infty[: \text{ب}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ/ بيّن أنّ f مستمرة عند 0 بقيم أكبر.

ب/ احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

ب/ ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

(4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1,49 < \alpha < 1,5$

ثم بيّن أنّ معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha} \right) (x - \alpha)$

(5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

(6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $h(x) = 1 - x + x \ln x$.

أ/ بيّن أنّ الدالة h متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$ و استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $[1; +\infty[$.

ب/ بيّن أنّه من أجل كل $x > 1$: $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$

و استنتج أنّه من أجل $x > 1$: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$

(7) $\mathcal{A}$ مساحة الحيز من المستوى المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = e$. (هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

- بيّن أنّ $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$.

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$(1) \quad \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان طبيعيان بحيث: } \begin{cases} \alpha + \beta = 4035 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases}$$

- عيّن العددين α و β ، ثم بيّن أنّ العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما.

$$(2) \quad \text{عيّن كل الثنائيات الصحيحة } (x, y) \text{ التي تحقق المعادلة: } 1009x - 2017y = 1$$

$$(3) \quad \text{عيّن الأعداد الصحيحة } a \text{ التي تحقق الجملة: } \begin{cases} a \equiv 2019[2017] \\ a \equiv 2019[1009] \end{cases}$$

$$(4) \quad \text{أ) } n \text{ عدد طبيعي، ادرس تبعا لقيم } n \text{ بواقي القسمة الاقليدية للعدد } 7^n \text{ على } 9.$$

$$\text{ب) } L \text{ عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس } 7 \text{ كما يلي: } L = \underbrace{111\dots 1}_{2018 \text{ مرة}}$$

- عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد L على 42.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3، 2، 3 وكريه بيضاء مرقمة بـ: -1- نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

ب) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج) احسب احتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ ".

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) m عدد حقيقي ، نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2 + (m+1)z + (2m-1) = 0 \dots (E)$$

- عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين مركبين غير حقيقيين.

(2) نضع $m=3$ ، حل المعادلة (E).

(3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقاط A, B, C و E التي

لاحقاتها $z_A = -2+i, z_B = -2-i, z_C = \alpha, z_E = \sqrt{3}$ ، حيث α عدد حقيقي و $\alpha > -2$.
- بين أن قيمة α التي يكون من أجلها المثلث ABC متقايس الأضلاع هي $(-2+\sqrt{3})$.
- نضع في كل ما يأتي $z_C = -2+\sqrt{3}$:

(4) اكتب العدد المركب: $\frac{z_C - z_E}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج أن:

(أ) المستقيمان (AB) و (EC) متعامدان.

(ب) النقاط A, B و E تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(5) ليكن r الدوران الذي يحول النقطة B إلى C و يحول C إلى A ، عبارته المركبة هي:

$$z' = az + \left(\frac{\sqrt{3}-6}{2} \right) + i \left(\frac{2\sqrt{3}-1}{2} \right)$$

(أ) احسب العدد المركب a ثم استنتج زاوية الدوران r .

(ب) تحقق أن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي مركز الدوران r .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}} - 1$.

(1) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$ ،

واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.9 < \alpha < 1$ ،

و استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$.

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-\frac{1}{x}} - x) = -1$ (يمكن وضع $t = -\frac{1}{x}$ ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(3) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$.

ب) تَحَقَّقْ أَنْ $f(x) - x = (1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.73$).

(5) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بجدها العام u_n حيث: $u_n = \frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$.

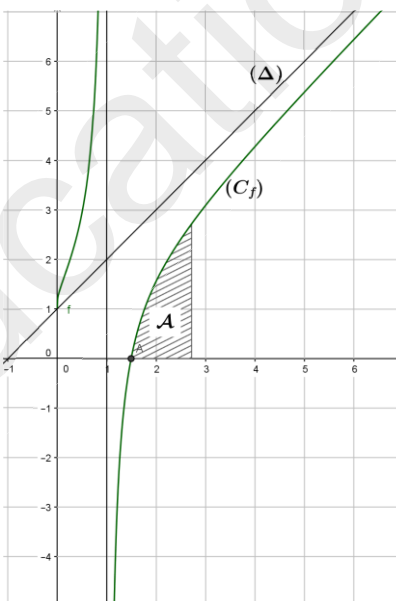
أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بيّن أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول u_1 .

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = \left(\frac{1}{2} f(1) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
1.75	01	التمرين الأول: (04 نقاط) (1) تمثيل الحدود
	0.75	- التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومتقاربة نحو (-1)
01	01	(2) البرهان أن $-3 \leq u_n < -1$
0.75	0.25	(3) أ/ تبيان أن $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$
	0.25	ب/ استنتاج أن $u_n + 1 \geq -2 \left(\frac{3}{4}\right)^n$
	0.25	- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$
0.5	0.25	(4) - اثبات أن $8 \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1 \right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) < 0$
	0.25	- مما سبق نجد $S_n < -n - 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$
2.5	01	التمرين الثاني: (04 نقاط)
	0.75	(1) أ) $\overrightarrow{OA}(1;1;3)$ ، $\overrightarrow{OB}(1;0;2)$ لدينا $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{1}$ إذن $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ غير مرتبطان خطيا.
	0.75	ب) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ يعني $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) $(OAB): 2x + y - z = 0$
01	0.5	(2) - $M \in (\Delta)$ يكافئ $\begin{cases} 2x + 2y + 6z - 11 = 0 \\ 2x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$ $[OB]: 2x + 4z - 5 = 0$ المستوي المحوري لـ $[OB]$ $[OA]: 2x + 2y + 6z - 11 = 0$ المستوي المحوري لـ $[OA]$ ومنه $(\Delta) = (p_1) \cap (p_2)$
	0.5	- التمثيل الوسيط $(\Delta): \begin{cases} x = \frac{5}{2} - 2t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

0,5	0,25	(3) - $M \in (\Delta)$ يكافئ : $M \in (P_1)$ و $M \in (P_2)$ يكافئ : $OM = BM$ و $OM = AM$. يكافئ : $OM = BM = AM$ - Ω مركز الدائرة (C) يكافئ ($\Omega \in (OAB)$ و $\Omega A = \Omega B = \Omega O$) يكافئ ($\Omega \in (\Delta)$ و $\Omega \in (OAB)$) $\Omega \left(-\frac{1}{6}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right)$.
1,5	1,5	التمرين الثالث (05 نقاط): I. مجموعة حلول المعادلة هي $S = \{1+i; 1-i; \sin \theta + i \cos \theta; \sin \theta - i \cos \theta\}$
1,25	0,5 0,25 0,25 0,25	II. (1) $z_A = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_B = \sqrt{2} e^{-i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_C = e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}$ ؛ $z_D = e^{i \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)}$
1,5	0,5 0,75 0,25	(2) $z_E = e^{i \frac{\pi}{2}}$ $z_C = z_D = z_E = 1$ أي النقط C ، D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1 .
0,5	0,5	(3) $z_B - z_A = (2\sqrt{2} - 2) e^{i \frac{\pi}{4}} (z_C - z_A)$ إذن $e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)} = e^{i \frac{5\pi}{4}}$ و منه $\theta = \frac{-3\pi}{4}$
0,25	0,25	(4) $\frac{3\pi}{4}n = \frac{\pi}{2} + k\pi$ أي $n \equiv 2[4]$ و منه $n = 4k + 2$; $k \in \mathbb{Z}$
0,75	0,25 0,5	التمرين الرابع: (07 نقاط): (1) أ / f مستمرة عند 0 من اليمين. ب / $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = +\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.
	0,75	(2) أ / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$
2,5	0,5 0,5	ب / $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ وعلى $]1;+\infty[$

		<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$	+		+											
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$											
	0,25	(3) $y = x + 1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$												
0.75	0,5	- الوضع النسبي : في المجال $]0;1[$ يكون المنحني (C_f) أعلى (Δ) و في المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحني (C_f) أسفل (Δ)												
	0,5	(4) - $f(\alpha) = 0$ حيث $1.49 < \alpha < 1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة)												
01	0,5	- معادلة المماس في النقطة ω : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$												
0.75	0,75	(5) 												
	0,5	(6) $h'(x) = \ln x$ و منه h متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ و $h(1) = 0$ اذن $h(x) \geq 0$												
01	0,25	ب/ $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$												
	0,25	- استنتاج أن: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$												
0,25	0,25	(7) لدينا: $\int_{\alpha}^e \left(x - \frac{1}{x \ln x}\right) dx < \mathcal{A} < \int_{\alpha}^e (x + 1) dx$ و منه : $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة											
1.5	2x0.5	التمرين الأول: (04 نقاط) 1- $\alpha = 2018$ و $\beta = 2017$ $\text{pgcd}(\beta, \frac{\alpha}{2}) = 1$										
	0.5											
1	2x0.5	2- $(x, y) = (2017k + 2, 1009k + 1) / k \in \mathbb{Z}$										
0.5	0.5	3- $a = 2035153k + 2019$ مع $k \in \mathbb{Z}$										
1	0.75	4- أ. دور بواقي القسمة هو 3 و البواقي هي 4, 7, 1 ب. $42L = 7^{2019} - 7$ - باقي القسمة هو 3.										
	0.25											
0.75	0.25x3	التمرين الثاني: (04 نقاط) 1- $p(C) = \frac{8}{126}$ ، $p(B) = 1$ ، $p(A) = \frac{5}{126}$										
3.25	0.5	2- أ. $X \in \{0, 1, 2, 3\}$ قانون احتمال <table><tr><td>X_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$p(X_i)$</td><td>$\frac{6}{126}$</td><td>$\frac{45}{126}$</td><td>$\frac{60}{126}$</td><td>$\frac{15}{126}$</td></tr></table> ب. $E(X) = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$ ج. $p(X^2 - X > 0) = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$	X_i	0	1	2	3	$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$
	X_i		0	1	2	3						
	$p(X_i)$		$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$						
	4x0.5											
0.5												
0.25												
0.5	0.5	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1) $m \in]1, 5[$										
1	2x0.5	2) $s = \{-2 + i, -2 - i\}$										
0.5	0.5	3) $\alpha = -2 + \sqrt{3}$										
1.5	0.5	4) كتابة العدد $\frac{z_c - z_E}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ أ) $(AB) \perp (EC)$ ب) $CA = CB = CE$. دائرة مركزها C و نصف قطرها 2										
	0.75											
	0.25											

1.5	0.5x2 0.5	(5 أ) $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. (ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ و بما ان $r(G) = G$ اذن G مركز الدوران
0.75	0.5 0.25	التمرين الرابع (07 نقاط): (I) 1 لدينا $g'(x) = \frac{(2x^3 + 2x^2 + x + 1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$. - بيان أن: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$. - اتجاه تغير g : متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.
1	0.5 0.5	(2) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,9 < \alpha < 1$. - اشارة $g(x)$
1.75	0.25x2 0.75 0.25 0.25	(II) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$. (ب) اثبات أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ - استنتاج اتجاه التغير - جدول التغيرات
0.75	0.5 0.25	(2) تبيان أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x e^{-\frac{1}{x}} - x \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{e^t - 1}{t} = -1$ - استنتاج أن $y = x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)
0.75	0.25 0.25 0.25	(3) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ - $h'(x) = \frac{1}{x^2} \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right)$ متناقصة تماما على $]0; +\infty[$ - اذن من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $h(x) > 0$
0.5	0.25 0.25	(ب) التحقق أن : $f(x) - x = (1+x)h(x)$ - استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)
0.75	0.75	(4) الرسم (Δ) و (C_f)

0.75	0.5 0.25	(5 أ) $u_n = e^{-n}$ ، (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{e}$ و $u_1 = \frac{1}{e}$ ب) لدينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$ ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (0+1+\dots+(n-1))$ أي $s_n = \frac{1-e^{-n}}{e-1} + \frac{n}{2}(n-1)$
------	-----------------	--