الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: **2019**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **04** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) حل المعادلة $505x-673y=1.......(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.

(لاحظ أنّ: $2019=3\times673$ و $2020=4\times505$)

2) بيّن أنّه من أجل كلّ ثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإنّ: x و y من نفس الإشارة.

3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=3\\u_{n+1}=u_n+505\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=4\\v_{n+1}=v_n+673\end{cases}$

– اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عددان طبيعيان.

4) أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $X_n=\frac{1}{505}(w_n-2023)$

احسب بدلالة n الجداء $p=X_1.X_2......X_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;0;-1)$، $B(1;-2;0)$ و $C(1;2;3)$

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.

2) اكتب معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له.

3) m وسيط حقيقي و (P_m) مستو حيث: $(m-1)x+2y-z-m=0$ معادلة له.

أ) أثبت أنّه عندما يتغير m في $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي (P_m) يحوي مستقيما ثابتا (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

– تحقّق أنّ A و C نقطتان من المستقيم (Δ).

ب) تحقّق أنّه مهما كان m من $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي (P_m) يعامد المستوي (Q).

4) لتكن $d(m)$ المسافة بين النقطة B و المستوي (P_m).

أ) أثبت أنّ: $d(m)=\frac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$ ثم عيّن قيمة m التي تكون من أجلها $d(m)$ أعظمية واحسبها.

ب) استنتج أنّه إذا كانت $d(m)$ أعظمية فإن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (P_m).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D

حيث: $z_A=1+i\sqrt{2}$ ، $z_B=i$ ، $z_C=\overline{z_A}$ ، $z_D=\overline{z_B}$ و $z_E=1$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$

2) أ) احسب كلاّ من $|z_A-1|$ ، $|z_B-1|$ و $|z_C-z_E|$ ثم تحقّق أنّ النقط الأربعة A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

ب) بيّن أنّ: $z_B-z_E=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A-z_E)$ ثم استنتج أنّ B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

- ما طبيعة المثلّث ABE ؟

3) عيّن لاحقتي الشّعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AE}$ محدّدا طبيعة الرباعي $ABDE$.

4) $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 .

أ) برهن أنّ: ($\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ ($z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=0$).

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x & ,x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3\,cm$

1) برهن أنّ:

- إذا كان: $x>1$ فإن: $1-x-2x\ln x<0$
- إذا كان: $0<x<1$ فإن: $1-x-2x\ln x>0$

2) أ) أثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ : (Δ) و (C_f).

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ).

ب) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقّق أن: $1,76<\alpha<1,77$.

جـ) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.

– ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثمّ المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$.

5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$.

6) λ عدد حقيقي حيث: $0<\lambda<1$ ، نعتبر: $A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}-x^2\ln x dx$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ.

ب) احسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\longrightarrow} 0} A(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

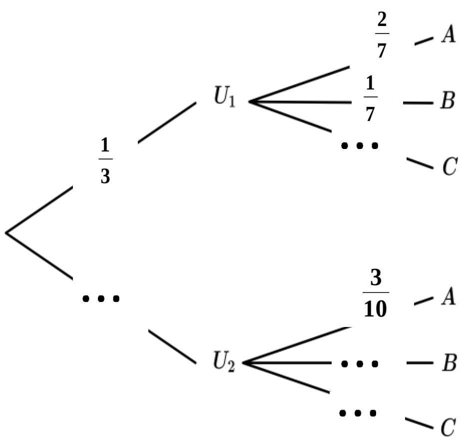
نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6.

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2.

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ : A: "سحب كريتين حمراوين"

B : "سحب كريتين سوداوين" و C:"سحب كريتين من لونين مختلفين"



1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

3) أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،

$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$.

1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

2) تحقق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n = n(n-2)+1$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2\,;u_n) = 1$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نضع من أجل كل عدد مركب z ، $P(z) = z^4 - 6z^3 + 29z^2 - 24z + 100$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد مركب z، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$ ، ثم استنتج أنّه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z) = 0$ فإنّ $\overline{z}$ حل لها.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ علما أنّها تقبل حلا تخيليا صرفا.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط A، B، M و M' التي لاحقاتها على الترتيب: $2i$ ، $3-4i$، z و z' حيث: $z'=\dfrac{-iz+4+3i}{z-2i}$ مع $z\neq 2i$.

ولتكن I مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;1)\right\}$ و J مرجح الجملة $\left\{(A;-2),(B;1)\right\}$

أ) عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I و J على الترتيب.

ب) لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $|z'|=2$.

بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ $\left(\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{JM}=0\right)$، ثمّ عيّن (E) وأنشئها.

جـ) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $\arg(z')=2k\pi$ حيث k عدد صحيح.

تحقّق أنّ النقطة D ذات اللاحقة $\dfrac{9}{2}-\dfrac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ)، ثمّ عيّن وأنشئ (Γ).

3) عيّن الشكل الجبري لِلاحقة النقطة G تقاطع المجموعتين (E) و (Γ).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k).

3) أ) احسب $f_k'(x)$، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C}_k)$ و $(\mathscr{C}_{k+1})$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) شكّل جدول تغيرات الدالة f، ثم أرسم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث: $-1{,}28<\alpha<-1{,}27$.

ب) عيّن قيّم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\dfrac{x+1}{e^x}\right|=\left|\dfrac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

3) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثمّ استنتج دالة أصلية لِـ g على $\mathbb{R}$.

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

انتهى الموضوع الثاني

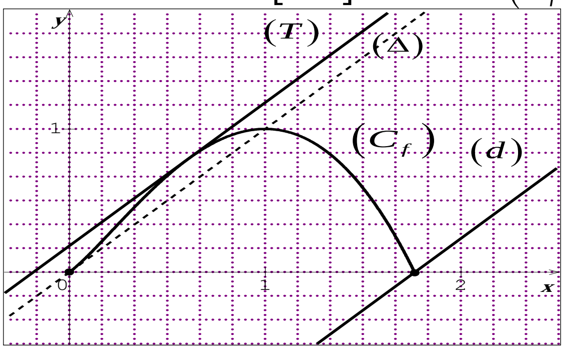
<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>02</td><td>0.5
0.75
0.75</td><td>1)حل المعادلة في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0;y_0)=(4;3)$
$PGCD(673;505)=1$ ومنه: $(x;y)=(673k+4;505k+3)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.5</td><td>2)بيان أن x و y لهما نفس الإشارة:
$(673k+4)(505k+3)>0$ محققة من أجل كل $k\in\mathbb{Z}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">01</td><td>2×0.25</td><td>3) كتابة u_α بدلالة α: (u_n) متتالية حسابية، $u_\alpha=3+505\alpha\ ;\ \alpha\in\mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td>2×0.25</td><td>- كتابة v_β بدلالة β: (v_n) متتالية حسابية، $v_\beta=4+673\beta\ ;\ \beta\in\mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.25

0.25</td><td>4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n):
$u_\alpha=v_\beta$ تكافئ $3+505\alpha=4+673\beta$ ومنه: $505\alpha-673\beta=1$
ومنه: $(\alpha;\beta)=(673k+4;505k+3)$ مع $k\in\mathbb{N}$
$u_\alpha=505\alpha+3$ أي $u_k=339865k+2023$ مع $k\in\mathbb{N}$.اي $w_n=339865n+2023$
وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r=339865$ وحدها الأول2023
ب) $p=X_1.X_2.........X_n=(673)^n n!$</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1.25</td><td>2×0.25
0.5
0.25</td><td>1) تبيان أن المثلث ABC قائم في A : $\overrightarrow{AB}(0;-2;1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0;2;4)$.
$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=0$ ومنه: ABC قائم في A.</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.75</td><td>2) كتابة معادلة المستوي (Q): $(Q):y+2z+2=0$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">01</td><td>0.25

0.25</td><td>3) أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له:
①..... $(P_m):(m-1)x+2y-z-m=0$ ① تكافئ $m(x-1)+(-x+2y-z)=0$ ومنه:
و $\begin{cases}x-1=0\\-x+2y-z=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x=1\\z=2y-1\end{cases}$ و إذن: $(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>• التحقق أن A و C نقطتان من (Δ):
$A\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=0\\z=2(0)-1=-1\end{cases}$ ، $C\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=2\\z=2(2)-1=3\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>ب. تبيان أن (P_m) يعامد المستوي (Q):
• $\overrightarrow{n_{(P_m)}}(m-1;2;-1)$ و $\overrightarrow{n_{(Q)}}(0;1;2)$ ومنه $\overrightarrow{n_{(P_m)}}\bullet\overrightarrow{n_{(Q)}}=0$</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25</td><td>4) أ. تبيان أن $d(m)=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$:
$d(m)=\dfrac{|(m-1)(1)+2(-2)-0-m|}{\sqrt{(m-1)^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
- تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$	0.25 0.25	
ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m): من أجل $m=1$. $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A\in(p_m) \end{cases}$ و ومنه A المسقط العمودي لـ B	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
(1 - حل المعادلة في $\mathbb{C}$: $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ①....... ① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i \quad ; \quad z_2=\overline{z_1} \\ z_3=1+i\sqrt{2} \quad ; \quad z_4=\overline{z_3} \end{cases}$	6×0.25	**1.50**
(2 أ. حساب $\|z_A-1\|$ ، $\|z_C-1\|$ و $\|z_D-z_E\|$. $\|z_A-1\|=\sqrt{2}$ ، $\|z_C-1\|=\sqrt{2}$ و $\|z_D-z_E\|=\sqrt{2}$	0.75	**1.50**
- استنتاج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. لدينا: $\|z_A-z_E\|=\|z_C-z_E\|=\|z_D-z_E\|=\sqrt{2}$ و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$.	0.25 0.25	
ب. تبيان أن $(z_A-z_E)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=z_B-z_E$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$	0.25	
- الاستنتاج : $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه B صورة A بدوران مركزه E و زاويته $\frac{\pi}{4}$.	0.5	**0.75**
- طبيعة المثلث ABE: في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E. (تقبل أي طريقة صحيحة)	0.25	

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>**3)** - تعيين $z_{\overrightarrow{BD}}$ و $z_{\overrightarrow{AE}}$:
$z_{\overrightarrow{BD}}=-2i$ و $z_{\overrightarrow{AE}}=-i\sqrt{2}$</td><td>2×0.25</td><td rowspan="2">**0.75**</td></tr>
<tr><td>- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$.
لدينا: $\dfrac{z_{\overrightarrow{AE}}}{z_{\overrightarrow{BD}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in\mathbb{R}$ ومنه: $\begin{cases}(AE)//(BD)\\ AE\neq BD\end{cases}$
ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>**أ.** تبيان أنه $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ يكافئ $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$
$\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ معناه $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$
لدينا: $z_1\overline{z_2}=-\overline{z_1}z_2$ معناه $\dfrac{z_1}{z_2}=-\dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=-\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)}$ ، مع $z_2\neq 0$
أي: $\dfrac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف
أي $\dfrac{z_1}{z_2}=\alpha i$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، أي $\left(\overrightarrow{w_2};\overrightarrow{w_1}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.
(تقبل أي طريقة أخرى صحيحة)
ملاحظة : إذا كان $\overrightarrow{w_1}=\vec{0}$ **أو** $\overrightarrow{w_2}=\vec{0}$ **فإن التكافؤ صحيح**</td><td>0.25</td><td rowspan="2">**0.5**</td></tr>
<tr><td>**ب.** تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$.
$(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$
معناه $(z-z_A)\overline{(z-z_B)}+(z-z_B)\overline{(z-z_A)}=0$
أي: $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{BM}=0$
ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="3">**التمرين الرابع: (07 نقاط)**</td></tr>
<tr><td>**1)** البرهان أنه من أجل كل $x>1$ فإن $1-x-2x\ln x<0$:
* من أجل $x>1$: $\begin{cases}1-x<0\\ -2x\ln x<0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x<0$.</td><td>0.25</td><td rowspan="2">**0.5**</td></tr>
<tr><td>- البرهان أنه من أجل كل $0<x<1$ فإن $1-x-2x\ln x>0$:
* من أجل $0<x<1$: $\begin{cases}1-x>0\\ -2x\ln x>0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x>0$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>**2)** أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين:
$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=1=f_d'(0)$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">**01**</td></tr>
<tr><td>كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$:
$(\Delta):y=x$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x)-x=-x^2\ln x$ • (C_f) أعلى (Δ) في المجال $[0;1[$. • (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. • (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $N(1;1)$ و $O(0;0)$.	0.5	
3) أ. حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{1}{x}-\ln x\right)\right]=-\infty$	0.25	**1.50**
ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=1-x-2x\ln x$ • f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$. • f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.	2×0.5	
• جدول التغيرات.	0.25	
4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ): $f'(x_0)=1$ ومنه: $x_0=\frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y=x+\frac{1}{2}e^{-1}$.	3×0.25	**03**
ب. البرهان أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1;+\infty[$: f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\times f(1)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in]1;+\infty[$.	0.5	
• التحقق أن $\alpha\in]1,76;1,77[$: $f(1,76)\times f(1,77)=(0,008)(-0,018)<0$ ومنه: $\alpha\in]1,76;1,77[$.	0.25	
جـ. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ(Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$: $(d): y=x-\alpha$	0.25	
• رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $[0;\alpha]$: 	3×0.25 0.5	

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>

5) المناقشة الوسيطية لعدد حلول المعادلة في المجال $[0;\alpha]$:

$x^2\ln x+m=0$ تكافئ $f(x)=x+m$ و $x\neq 0$

- $m\in]-\infty;-\alpha[\cup\left]\frac{1}{2}e^{-1};+\infty\right[$ ، ليس للمعادلة حل.
- $m\in[-\alpha;0]$ ، حل وحيد.
- $m\in\left]0;\frac{1}{2}e^{-1}\right[$ ، حلان متمايزان.
- $m=\frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف.

</td><td>0.25
0.25</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>

6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة:

$$A(\lambda)=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda$$

</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.50</td></tr>
<tr><td>

- حساب $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)$:

$$\lim_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\lim_{\lambda\xrightarrow{>}0}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda\right)=\frac{1}{9}$$

- التفسير الهندسي:

$\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\frac{1}{9}(u.a)=1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

</td><td>0.25</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط) 1) إكمال الشجرة 2) حساب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$ 3) أ) قيم X هي 0، 1 و 2 . ب)توزيع قانون الاحتمال $X=x_i$: 0، 1، 2 $P(X=x_i)$: $\frac{12}{105}$، $\frac{62}{105}$، $\frac{31}{105}$ الأمل الرياضياتي : $E(X)=\frac{124}{105}$	4×0.25 3×0.5 0.5 3×0.25 0.25	4
التمرين الثاني:(04 نقاط) 1) أ) التحقق ب) استنتاج كتابة $u_n=(n-1)^2$	01 01	02
2)التحقق من أن: $u_n=n(n-2)+1$	01	01
3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2\in\{-3;-1;1;3\}$ وقيم n المطلوبة هي:1، 3، 5.	0.5	0.5
4) أ) لدينا: $u_n-n(n-2)=1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة. ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$ قيم n المطلوبة هي:1، 5.	0.25 0.25	0.5
التمرين الثالث:(05 نقاط) 1) أ) $\overline{P(z)}=P(\bar{z})$ تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن $\bar{z}$ هو حل كذلك	0.5 0.5	01
ب)$P(z)=(z^2+\alpha)(az^2+bz+c)$ أي $P(\alpha i)=0$) + التحليل) حلول المعادلة هي: $2i$ ، $3-4i$ ، $-2i$ ، $3+4i$	0.75 1	1.75
2) أ) حساب $z_I=1$ و $z_J=-3+8i$ ب) برهان التكافؤ تعيين (E)و إنشاؤها ج) التحقق أن $D\in(\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها	0.5x2 0.25 0.25 2x0.25	2
3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G	0.25	0.25

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>01</td><td>2x0.5</td><td>التمرين الرابع:(07 نقاط)
I) 1) المنحنيات (C_k) تمر من النقطتين $(-1;0)$ و $(0;1)$(تقبل كل الطرائق السليمة)</td></tr>
<tr><td>01.50</td><td>0.5
0.5
0.5</td><td>2) $k<0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=0$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$
$k=0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$
$k>0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=0$</td></tr>
<tr><td>1.50</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>3) أ) حساب $f_k'(x)$
$f_k'(x)=(x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$
الحالة1: $k=0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير
مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k\neq0$
الحالة2: $k>0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير
الحالة3: $k<0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>0.25</td><td>ب) جدول التغيرات لما $k>0$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>0.25</td><td>4) حساب $f_{k+1}(x)-f_k(x)$ (وضعية المنحنيين)
إشارة $f_{k+1}(x)-f_k(x)$:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f_{k+1}(x)-f_k(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td></td></tr>
</table>
تحديد الوضعية</td></tr>
<tr><td>1.50</td><td>01
0.5</td><td>II) 1) جدول تغيرات الدالة f
ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي (0.25+0.25+0.5)
رسم المنحنى (C_f)</td></tr>
<tr><td>0.50</td><td>0.25
0.25</td><td>2) أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات
تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α
ب) $f(x)=f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m\in\left]-\frac{3}{2};\alpha\right[$</td></tr>
</table>

3) أ) التحقق $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ استنتاج الدالة الأصلية: $x \mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$ **ب)** $A=\int_{-1}^{0} f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A=\left(\frac{e^2-5}{4}\right)u.a$	0.25 0.25	**0.5**