



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللمس، منها كريتان حمراوان مرقمتان بـ: 2 ، 3 -
وخمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 - وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:
 A " الحصول على 3 كريات من نفس اللون " ، B " الحصول على الألوان الثلاثة "

C " الحصول على 3 كريات مجموع أرقامها معدوم "

(1) أ) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ثم بيّن أنّ: $P(C) = \frac{3}{20}$

ب) احسب $P(A \cap C)$ ثم استنتج $P_C(A)$

(2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصّل عليها.

عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضيائي $E(X)$

(3) نسحب الآن عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي وبارجاع.

احسب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

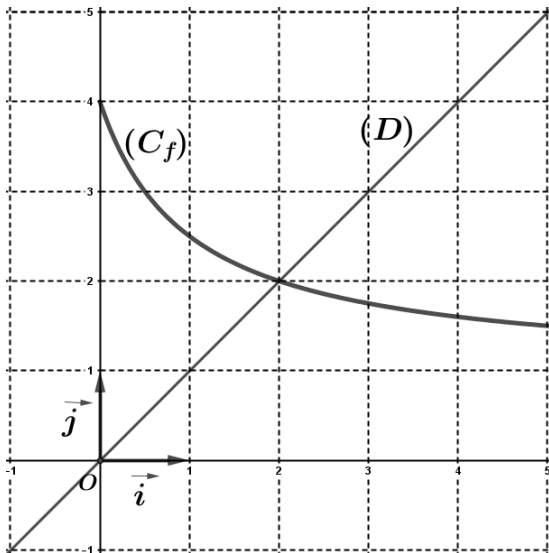
(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ:

$u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور

الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

(دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل)





(ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

$$(2) \quad (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$$

(أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n , $u_n = -2 + \frac{4}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n , $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n , $T_n = \frac{1}{16} \left[4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right]$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $(E) \dots 16x + 361y = 818$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) تحقّق أنّ الثنائيات $(2; 6)$ حلّ للمعادلة (E) ثمّ استنتج مجموعة حلولها.

(ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقّق: $|x + 23y| \leq 4$

(2) P عدد طبيعي يُكتب $5\alpha\beta 0$ في نظام التعداد الذي أساسه 7 ويكتب $\overline{\beta\alpha 87}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث α و β عدنان طبيعيان.

عيّن α و β ثمّ اكتب P في النظام العشري.

(3) (أ) حلّ العدد 2023 إلى جُداء عوامل أولية ثمّ عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كلّ منها يقسم 2023

(ب) نضع: $d = \text{PGCD}(a; b)$ و $m = \text{PPCM}(a; b)$

عيّن كلّ الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقّق: $m^2 + 3d^2 = 2023$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (6x - 3)e^{-2x}$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(2) (أ) أثبت أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,2 < \alpha < 0,3$

(ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$



(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 1 - 3xe^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) (وحدة الطول 2cm)

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(-x)$

ب) استنتج أن f متزايدة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[-\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) أثبت أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

ب) ارسم (Δ)، (T) و (C_f) على $]-\infty; \frac{1}{2}]$ (نأخذ: $f(0,25) \approx 0$ ، $f(-1,3) \approx 0$ و $f(-\alpha) \approx 1,2$)

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين بالضبط.

(4) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب العدد الحقيقي $\int_{-\alpha}^0 xe^{2x} dx$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع المساحة $\mathcal{A}$ للحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها

$$x = 0 \text{ و } x = -\alpha, \quad y = x + 1$$

ج) تحقّق أن $\mathcal{A} = 2 \left(\frac{4\alpha - 1}{2\alpha - 1} \right) cm^2$



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U على كرتين حمراوين وكرتين خضراوين، ويحتوي صندوق V على كرتين حمراوين وثلاث كريات خضراء (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من أحد الصندوقين بالكيفية الآتية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس به 10 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 10

إذا حصلنا على عدد أولي نسحب الكرتين من U وفي باقي الحالات نسحب الكرتين من V

(1) نعتبر الحوادث A ، B و C الآتية:

A " سحب كرتين حمراوين " ، B " سحب كرتين خضراوين " و C " سحب كرتين من لونين مختلفين "
(أ) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه التجربة.

(ب) بين أنّ $P(A) = \frac{19}{150}$ و $P(B) = \frac{37}{150}$ ثم استنتج $P(C)$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكرتين عدد الكريات الحمراء المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

(ب) احسب احتمال الحدث: " $\ln X \leq 1$ "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(\bar{z} - 1 + i\sqrt{3})(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{u}, \bar{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحتقاتها z_A ، z_B و z_C على الترتيب حيث: $z_A = \sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = 1+i\sqrt{3}$

(أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(3) نضع: $K = \frac{z_C}{2z_A}$

(أ) احسب طولية العدد المركب K وعمدة له ثم اكتبه على الشكل الجبري.

(ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

(4) n عدد طبيعي، نضع: $L_n = z_A^n + z_B^n$

بين أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، العدد المركب L_n حقيقي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) (أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11 ، ثم استنتج باقي القسمة

الإقليدية للعدد 1945^{2023} على 11



(ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة : $\begin{cases} n \equiv 2023[5] \\ 3n + 9^n \equiv 1444[11] \end{cases}$

(2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 9u_n - 16n + 6$

(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 4u_n - 8n + 2$

(أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 9 يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 2 \times 9^n + 2n - \frac{1}{2}$

(3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = \frac{1}{4}(9^{n+1} + 4n^2 + 2n - 3)$

(4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $4T_{5n} - n^2 + n + 5 \equiv 0[11]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x-3)\ln x + x$

(1) (أ) احسب من أجل كلّ x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x)$ و $g''(x)$

(ب) بيّن أنّ الدالة g' متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

(2) (أ) بيّن أنّ المعادلة $g'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,3 < \alpha < 1,4$

(ب) علما أنّ $g(\alpha) \approx 0,85$ ، استنتج أنّه: من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\ln x\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm)

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) بيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يُطلب تعيين معادلة لكل منهما.

(4) (أ) ارسم (T) ، (T') و (C_f) (نأخذ : $f(6) \approx 5,9$)

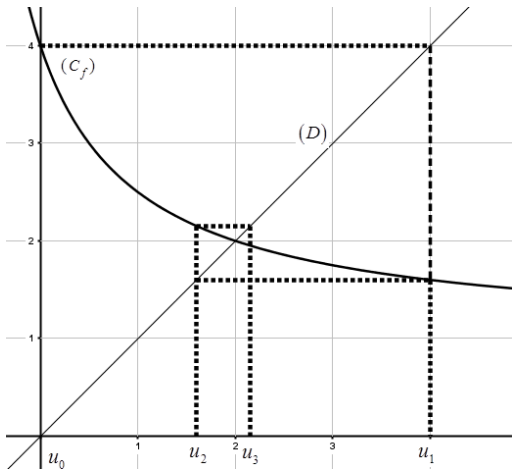
(ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ ثلاثة حلول بالضبط.

(5) F الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x\right)\ln x - \frac{3}{2}x(\ln x)^2 - \frac{1}{4}x^2 - 3x$

(أ) تحقّق أنّ F أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

(ب) استنتج بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$x = e$ و $x = 1$ ، $y = 0$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
مجموع	مجزأة		
التمرين الأول (04 نقاط)			
2.25	2 × 0.5	$P(B)=\frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$ ، $P(A)=\frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$ (أ)	1
	0.5	مجموع أرقام الكريات يكون معدوماً: $\{-3;1;2\}$ ، $\{1;1;-2\}$ ، $\{0;2;-2\}$ $P(C)=\frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + C_3^2 \times C_1^1 + C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{20}$	
	0.25+0.5	ب) الكريات من نفس اللون ومجموع أرقامها معدوم: $\{0;2;-2\}$ ، $\{1;1;-2\}$ $P_C(A)=\frac{P(A \cap C)}{P(C)}=\frac{1}{9}$ ، $P(A \cap C)=\frac{C_2^2 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{60}$	
1.25	0.25	مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{1;2;3\}$	2
	0.25	$P(X=3)=\frac{30}{120}$ ، $P(X=1)=\frac{11}{120}$	
	0.25	$P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)=\frac{79}{120}$	
	0.25	$E(X)=1 \times \frac{11}{120} + 2 \times \frac{79}{120} + 3 \times \frac{30}{120} = \frac{259}{120}$	
	0.25		
0.5	0.5	حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم. $P=1-P'=1-\frac{8^3}{10^3}=\frac{61}{125}$ حيث P' احتمال الحدث المعاكس	3
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1	0.5	(أ) تمثيل الحدود 	1
	2 × 0.25	ب) التخمين: المتتالية (u_n) ليست رتيبة ومقاربة.	

2	0.25+0.5	$v_0 = -1$ و $v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$ (أ)	2
	0.5	$v_n = -\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ، من أجل كل عدد طبيعي n ، (ب)	
	2×0.25	$u_n = \frac{4}{1-v_n} - 2 = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$ ، من أجل كل عدد طبيعي n ،	
	0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ (ج)	
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -\frac{3}{4} \left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$	3
	0.25	$T_n = \frac{1}{4}[n+1-S_n] = \frac{1}{16} \left[4n+7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$ ، من أجل كل عدد طبيعي n ،	
التمرين الثالث (05 نقاط)			
1.75	0.25	$16 \times 6 + 361 \times 2 = 818$: (E) حل للمعادلة (أ)	1
	0.25	$16(x-6) = 361(2-y)$ نجد $\begin{cases} 16x + 361y = 818 \\ 16 \times 6 + 361 \times 2 = 818 \end{cases}$ من الجملة	
	0.25	$PGCD(16; 361) = 1$ تبيان أن	
	0.25	$\{(361k+6; -16k+2) / k \in \mathbb{Z}\}$ مجموعة الحلول هي	
		(ب) الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $ x+23y \leq 4$	
	0.25	$6,85 \leq k \leq 8$ نجد $ x+23y \leq 4$ و $\begin{cases} x = 361k+6 \\ y = -16k+2 \end{cases}$	
	2×0.25	الثنائيتان هما $(2533; -110)$ ، $(2894; -126)$	
2		تعيين α و β :	2
	0.25	$\overline{5\alpha\beta 0} = 1715 + 7\beta + 49\alpha$	
	0.25	$\overline{\beta\alpha 87} = 79 + 81\alpha + 729\beta$	
		$0 < \beta \leq 6$ و $0 \leq \alpha \leq 6$	
	0.25	$16\alpha + 361\beta = 818$ تكافئ $\overline{5\alpha\beta 0} = \overline{\beta\alpha 87}$	
	0.25	$\beta = -16k+2$ و $\alpha = 361k+6$	
	0.5	من أجل $k=0$ نجد $\beta=2$ و $\alpha=6$	
	0.5	فيكون $P = 2023$	

0.75	0.5 0.25	أ) $2023 = 7 \times 17^2$ الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2023 هي 1 و 17	3												
0.5	0.25	$\begin{cases} m \times d = a \times b \\ a = d \times a', b = d \times b' \\ PGCD(a'; b') = 1 \end{cases}$ (ب) لدينا $(a' \times b')^2 = \frac{2023}{d^2} - 3$ على الشكل $m^2 + 3d^2 = 2023$ عندئذ من أجل $d = 1$ نجد $a' \times b' = \sqrt{2020}$ (غير ممكن) من أجل $d = 17$ نجد $a' \times b' = 2$ ومنه الثنائيتان هما $(17 ; 34)$ ، $(34 ; 17)$													
التمرين الرابع (07 نقاط)															
1.25	2×0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ (I)	1												
	0.25 0.25	ب) من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -12(x-1)e^{-2x}$ g متزايدة تماما على $]-\infty; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty[$													
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$g(1)$</td><td>1</td></tr></table> جدول التغيرات		x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$		+	0	-	$g(x)$	$-\infty$	
x	$-\infty$	1	$+\infty$												
$g'(x)$		+	0	-											
$g(x)$	$-\infty$		$g(1)$	1											
0.5	0.25	أ) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,2 < \alpha < 0,3$ لأن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,2 ; 0,3]$ و $g(0,2) \times g(0,3) < 0$ $(g(0,3) \simeq 0,34$ ، $g(0,2) \simeq -0,21)$	2												
	0.25	ب) إشارة $g(x)$ حسب قيم x : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td><td>+</td></tr></table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	-	$\emptyset$	+				
x	$-\infty$	α	$+\infty$												
$g(x)$	-	$\emptyset$	+												
1.5	$0.5+0.25$	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{1}{x} - 3e^{2x}\right) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (II)	1												
	0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3xe^{2x}) = 0$													
	2×0.25	ج) على $]-\infty; 0[$ يكون (C_f) أعلى (Δ) وعلى $]0; +\infty[$ يكون (C_f) أسفل (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $(0 ; 1)$													

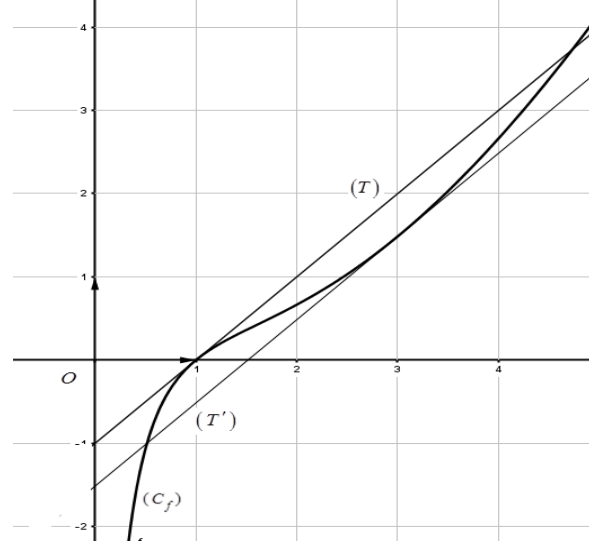
1	0.25	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(-x)$	2										
	0.25 0.25	ب) إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(-x)$ إذن f متزايدة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ ومتناقصة تماما على $]-\alpha; +\infty[$											
	0.25	جدول التغيرات <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\alpha$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(-\alpha)$</td><td>$-\infty$</td></tr> </table>		x	$-\infty$	$-\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$
x	$-\infty$	$-\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	$-\infty$	$f(-\alpha)$	$-\infty$										
1.75	0.25	أ) $f'(x) = 1$ يكافئ $g(-x) = 1$ ومنه $x = -\frac{1}{2}$	3										
	0.25	معادلة المماس (T) : $y = x + 1 + \frac{3}{2}e^{-1}$											
	2 × 0.25 0.5	ب) رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)											
	0.25	ج) مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين بالضبط هي $\left]1; 1 + \frac{3}{2}e^{-1}\right[$											
1	0.25	أ) $\int_{-\alpha}^0 x e^{2x} dx = \left[\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x} \right]_{-\alpha}^0 = \frac{1}{4}(2\alpha+1)e^{-2\alpha} - \frac{1}{4}$	4										
	0.25 0.25	ب) $\mathcal{A} = \int_{-\alpha}^0 (f(x) - (x+1)) dx = -3 \int_{-\alpha}^0 x e^{2x} dx = \left[-3(2\alpha+1)e^{-2\alpha} + 3 \right] cm^2$											
	0.25	ج) $\mathcal{A} = 2 \left(\frac{4\alpha-1}{2\alpha-1} \right) cm^2$											

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	
مجموع	مجزأة		
التمرين الأول (04 نقاط)			
2.25	0.75	أ) شجرة الاحتمالات 1	
	2 × 0.25	ب) $P(A) = P(U) \times P_U(A) + P(V) \times P_V(A) = \frac{2}{5} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} + \frac{3}{5} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{19}{150}$	
	2 × 0.25	$P(B) = P(U) \times P_U(B) + P(V) \times P_V(B) = P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} + \frac{3}{5} \times \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{37}{150}$	
	2 × 0.25	$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{19}{150} - \frac{37}{150} = \frac{47}{75}$	
1.75	0.25	أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{0;1; 2\}$	2
	3 × 0.25	$P(X = 2) = \frac{19}{150}$ ، $P(X = 1) = \frac{94}{150}$ ، $P(X = 0) = \frac{37}{150}$	
	0.5	$E(X) = \frac{22}{25}$	
	0.25	ب) $\ln X \leq 1$ تكافئ $0 < X \leq e$ ومنه $P(\ln X \leq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{113}{150}$	
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1	4 × 0.25	$z_3 = \sqrt{2}(1 - i)$ ، $z_2 = \sqrt{2}(1 + i)$ ، $\Delta = -8$ ، $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$	1
1.5	3 × 0.25	أ) $z_B = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ، $z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ $z_C = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	2
	0.25	ب) النقاط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة لأنّ : $OA = OB = OC = 2$	
	2 × 0.25	مركز الدائرة هو المبدأ ونصف قطرها 2	

1.25	3 × 0.25	$K = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{8} + i \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{8}$ ، $\arg(K) = \frac{\pi}{12}$ ، $ K = \left \frac{z_C}{2z_A} \right = \frac{1}{2}$ (أ)	3														
	2 × 0.25	$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (ب)															
0.25	0.25	$\overline{L_n} = \overline{z_A^n + z_B^n} = \overline{z_B^n + z_A^n} = L_n$ ، n من أجل كلّ عدد طبيعي	4														
التمرين الثالث (05 نقاط)																	
1.75	0.5	(أ) بواقي القسمة الإقليدية لـ 9^n على 11: $9^4 \equiv 5[11]$ ، $9^3 \equiv 3[11]$ ، $9^2 \equiv 4[11]$ ، $9^1 \equiv 9[11]$ ، $9^0 \equiv 1[11]$	1														
	0.5	التعميم : <table><tr><td>n</td><td>$5k$</td><td>$5k+1$</td><td>$5k+2$</td><td>$5k+3$</td><td>$5k+4$</td><td></td></tr><tr><td>$9^n \equiv$</td><td>1</td><td>9</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td><td>[11]</td></tr></table> $k \in \mathbb{N}$		n	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$		$9^n \equiv$	1	9	4	3	5	[11]
	n	$5k$		$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$										
	$9^n \equiv$	1		9	4	3	5	[11]									
0.25	باقي القسمة الإقليدية للعدد 1945^{2023} على 11 هو 3 (لاحظ أنّ $2023 = 5k + 3$)																
0.25 0.25	(ب) مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة : $\begin{cases} n \equiv 2023[5] \\ 3n + 9^n \equiv 1444[11] \end{cases}$ معناه $n = 5k + 3$ حيث k عدد طبيعي ومنه: $n = 55\alpha + 33$ مع α عدد طبيعي																
1.75	0.25+0.5	(أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = 9v_n$ و $v_0 = 8$	2														
	0.5 0.5	(ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = 8 \times 9^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{v_n + 8n - 2}{4} = 2 \times 9^n + 2n - \frac{1}{2}$															
1	0.5	من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 9^{n+1} - 1$	3														
	0.5	$T_n = \frac{1}{4}S_n + \frac{1}{2}(n+1)(2n-1) = \frac{1}{4}(9^{n+1} + 4n^2 + 2n - 3)$															
0.5	0.25	من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $4T_{5n} = 9^{5n+1} + 100n^2 + 10n - 3$	4														
	0.25	إذن $4T_{5n} - n^2 + n + 5 = 9^{5n+1} + 99n^2 + 11n + 2$ فيكون $4T_{5n} - n^2 + n + 5 \equiv 0[11]$															

التمرين الرابع (07 نقاط)

التمرين الرابع (07 نقاط)												
1.25	2×0.5	أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \ln x + \frac{2x-3}{x}$ و $g''(x) = \frac{x+3}{x^2}$	I 1									
	0.25	ب) الدالة g' متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ لأن $g''(x) > 0$										
0.75	0.5	أ) الدالة g' مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,3; 1,4]$ و $g'(1,3) \times g'(1,4) < 0$ و $g'(1,3) = -0,05$ ، $g'(1,3) = 0,19$ إذن $g'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا	2									
	0.25	ب) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) \geq g(\alpha)$ ومنه $g(x) > 0$										
1	2×0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ، المنحني يقبل المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب له	II 1									
	0.5	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3\ln x}{2x}\right) x \ln x = +\infty$										
1	0.5 0.5	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>  من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ، جدول التغيرات	x	0	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$		$+\infty$	2
x	0	$+\infty$										
$f'(x)$		+										
$f(x)$		$+\infty$										
0.75	0.25 2×0.25	$f'(x) = 1$ يكافئ $g(x) = x$ ومنه $x=1$ أو $x=3$ $(T) : y = x - 1$ و $(T') : y = x - 3 + (3 - \frac{3}{2}\ln 3)\ln 3$	3									
1.25	2×0.25 0.5	 أ) رسم (T) و (T') رسم (C_f)	4									
	0.25	ب) مجموعة قيم m هي $\left[-3 + (3 - \frac{3}{2}\ln 3)\ln 3; -1\right]$										

1	0.5	أ) F تقبل الاشتقاق على $]0; +\infty[$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	5
	2×0.25	ب) $\int_1^e f(x) dx = [F(e) - F(1)] = (e^2 - 6e + 13) \text{ cm}^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط